सांख्यिकी

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» आंकड़ों का आलेखीय निरूपण – सारणी से चित्र तक

» दंड आलेख (Bar Graph) – मदों की तुलना

» आयतचित्र (Histogram) – समान चौड़ाई वाले वर्ग अंतराल

» असमान चौड़ाई वाले आयतचित्र – लंबाई का समायोजन

» वर्ग-चिह्न (Class Mark) – बहुभुज की नींव

» बारंबारता बहुभुज (Frequency Polygon) – आयतचित्र से

» बारंबारता बहुभुज से दो आंकड़ों की तुलना

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. एक सारणी में लिखा है कि कक्षा 9 के 40 विद्यार्थियों में से 4 का जन्म नवंबर में हुआ और सबसे ज़्यादा विद्यार्थियों का जन्म अगस्त में हुआ। इस जानकारी को समझने के दो तरीकों – केवल सारणी पढ़ना, और आलेख देखना – में क्या फ़र्क होगा?

› सारणी में हर महीने की संख्या ढूँढ़ने के लिए हर लाइन अलग से पढ़नी पड़ती है – समय लगता है

› आलेख (जैसे दंड आलेख) में हर महीने का दंड ऊँचाई से दिखता है – सबसे ऊँचा दंड तुरंत आँख में आ जाता है

› इसलिए आलेख से 'सबसे अधिक जन्म किस महीने में' यह प्रश्न सेकंडों में हल हो जाता है

उत्तर – आलेख आंकड़ों की तुलना को तुरंत और आसान बना देता है, जबकि सारणी पढ़ने में समय लगता है।

उदाहरण 2. एक परिवार की मासिक आय ₹20000 है। खर्च: ग्रॉसरी ₹4000, किराया ₹5000, शिक्षा ₹5000, दवाइयाँ ₹2000, ईंधन ₹2000, मनोरंजन ₹1000, विविध ₹1000। इसका दंड आलेख बनाने के चरण बताओ।

› X-अक्ष पर हर मद (ग्रॉसरी, करिाया, शक्षिा...) के लएि बराबर चौड़ाई का स्थान लो

› Y-अक्ष पर पैमाना चुनो: 1 मात्रक = ₹1000 (क्योंकि अधकितम खर्च ₹5000 है)

› हर मद के लिए उसकी राशि के बराबर ऊँचाई का दंड बनाओ, दंडों के बीच बराबर खाली जगह छोड़ो

उत्तर – सबसे ऊँचे दंड किराया और शिक्षा (₹5000) के होंगे, सबसे छोटे मनोरंजन और विविध (₹1000) के।

उदाहरण 3. एक कक्षा के 36 विद्यार्थियों के भार की सारणी है: 30.5-35.5 kg में 9 विद्यार्थी, 35.5-40.5 kg में 6, 40.5-45.5 kg में 15, 45.5-50.5 kg में 3, 50.5-55.5 kg में 1, 55.5-60.5 kg में 2। आयतचत्रि बनाने के मुख्य चरण बताओ।

› X-अक्ष पर भार दखिाओ, पैमाना 1 सेमी = 5 kg लो; पहला वर्ग 30.5 से शुरू है तो अक्ष पर नकिुंज दखिाओ

› Y-अक्ष पर बारंबारता (वद्यिार्थयिों की संख्या) दखिाओ – अधकितम बारंबारता 15 के हसिाब से पैमाना चुनो

› हर वर्ग अंतराल के लिए, चौड़ाई बराबर होने से, बारंबारता के बराबर ऊँचाई का आयत बनाओ – सभी आयत आपस में सटे हुए

उत्तर – सबसे ऊँचा आयत 40.5-45.5 kg वर्ग का बनेगा (बारंबारता 15), क्योंकि सबसे ज़्यादा विद्यार्थी इसी वर्ग में हैं।

उदाहरण 4. एक परीक्षा के नतीजों में वर्ग 20-30 की बारंबारता 10 है (चौड़ाई 10), और वर्ग 70-100 की बारंबारता 8 है (चौड़ाई 30)। न्यूनतम वर्ग चौड़ाई 10 है। दोनों वर्गों की समायोजित लंबाई निकालो।

› वर्ग 20-30: चौड़ाई पहले से ही न्यूनतम (10) के बराबर है, इसलिए समायोजित लंबाई = बारंबारता = 10

› वर्ग 70-100: समायोजित लंबाई = (बारंबारता ÷ चौड़ाई) × न्यूनतम चौड़ाई = (8 ÷ 30) × 10

› (8 ÷ 30) × 10 = 2.67 (लगभग)

उत्तर – वर्ग 20-30 की समायोजित लंबाई 10 है; वर्ग 70-100 की समायोजित लंबाई लगभग 2.67 है।

उदाहरण 5. वर्ग अंतराल 30-40 और 150-160 के वर्ग-चिह्न निकालो।

› वर्ग 30-40: वर्ग-चिह्न = (40+30)/2 = 70/2 = 35

› वर्ग 150-160: वर्ग-चिह्न = (160+150)/2 = 310/2 = 155

उत्तर – वर्ग 30-40 का वर्ग-चिह्न 35 है और वर्ग 150-160 का वर्ग-चिह्न 155 है।

उदाहरण 6. एक सारणी में वर्ग 140-150 का वर्ग-चिह्न 145 (बारंबारता 5) और वर्ग 150-160 का वर्ग-चिह्न 155 (बारंबारता 10) है। बारंबारता बहुभुज के लिए इन दो बिंदुओं को कैसे आलेखित करेंगे?

› X-अक्ष पर वर्ग-चह्नि (145, 155...) और Y-अक्ष पर बारंबारता (5, 10...) दखिाओ

› बिंदु B(145, 5) और C(155, 10) को आलेख पर चिह्नित करो

› इन बिंदुओं को एक सीधी रेखा से जोड़ो – यह बहुभुज का एक भाग है

उत्तर – बिंदु (145, 5) और (155, 10) को आलेखित करके सीधी रेखा से जोड़ने पर बारंबारता बहुभुज का वह भाग मिलता है।

उदाहरण 7. सेक्शन A में वर्ग 0-10 की बारंबारता 3 है और सेक्शन B में वर्ग 0-10 की बारंबारता 5 है। इस एक वर्ग के आधार पर दोनों सेक्शनों की तुलना करने के लिए हम क्या करेंगे?

› दोनों सेक्शनों के लिए वर्ग-चिह्न 5 पर बारंबारता के बिंदु आलेखित करो – A के लिए (5,3), B के लिए (5,5)

› दोनों बिंदुओं को अपने-अपने सेक्शन की रेखा-शैली में आगे के वर्गों से जोड़ो

› जहाँ B की रेखा A से ऊपर है, वहाँ B में उतने कम अंक (0-10) पाने वाले ज़्यादा विद्यार्थी हैं

उत्तर – वर्ग 0-10 में सेक्शन B के ज़्यादा विद्यार्थी (5) हैं सेक्शन A (3) की तुलना में – यानी यहाँ B के कम अंक पाने वाले ज़्यादा हैं।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• परीक्षा में अक्सर पूछा जाता है 'आलेखीय निरूपण क्यों उपयोगी है?' – सीधा उत्तर लिखो: यह आंकड़ों की तुलना को सरल और तुरंत समझने योग्य बनाता है।

• दंड आलेख बनाने के सवाल में हमेशा पहले उपयुक्त पैमाना (scale) लिखो – जैसे '1 मात्रक = ₹1000' – यह लिखे बिना आलेख अधूरा माना जाता है और नंबर कट सकते हैं।

• अगर वर्ग अंतराल शून्य से शुरू नहीं होता, तो आलेख में क्षैतिज अक्ष पर निकुंज (break) ज़रूर दिखाओ – यह भूलना परीक्षा में सामान्य गलती है और नंबर कटते हैं।

• असमान वर्ग चौड़ाई का आयतचित्र बनाने के सवाल में हमेशा पहले एक सहायक सारणी बनाओ जिसमें हर वर्ग की चौड़ाई और समायोजित लंबाई अलग कॉलम में साफ़-साफ़ लिखी हो – इससे गलती की संभावना बहुत कम हो जाती है।

• वर्ग-चिह्न का सूत्र परीक्षा में अक्सर सीधे पूछा जाता है – सूत्र लिखकर, गणना के हर चरण को साफ़-साफ़ दिखाकर हल करो, इससे पूरे नंबर मिलते हैं।

• बारंबारता बहुभुज के सवाल में हमेशा वर्ग-चिह्न पहले निकालो और एक सहायक सारणी में लिखो (वर्ग, वर्ग-चिह्न, बारंबारता) – इससे बिंदु आलेखित करना बहुत आसान हो जाता है और गलती नहीं होती।

• 'दो सेक्शनों के प्रदर्शन की तुलना करो' जैसे सवालों में हमेशा एक ही आलेख पर दोनों बहुभुज बनाओ, अलग-अलग शैली की रेखाएँ दिखाओ, और अंत में स्पष्ट शब्दों में लिखो कि कौन-सा समूह किस सीमा में आगे है – बिना यह निष्कर्ष लिखे आलेख अधूरा माना जाता है।

एक नज़र में रिवीज़न

› आलेखीय निरूपण के 3 प्रकार: दंड आलेख, आयतचित्र, बारंबारता बहुभुज – तीनों का मकसद तुलना को आसान बनाना है।

› दंड आलेख: असमान मदों की तुलना के लिए; दंडों की चौड़ाई बराबर, बीच में बराबर खाली जगह, सिर्फ ऊँचाई मायने रखती है।

› आयतचित्र: लगातार वर्ग अंतरालों के लिए, कोई गैप नहीं; आयत का क्षेत्रफल बारंबारता; समान चौड़ाई पर लंबाई बारंबारता।

› असमान चौड़ाई पर समायोजित लंबाई = (बारंबारता ÷ चौड़ाई) × न्यूनतम चौड़ाई; क्षेत्रफल ही असली सत्य है, ऊँचाई नहीं।

› वर्ग-चिह्न = (उपरि सीमा + निम्न सीमा) ÷ 2 – बारंबारता बहुभुज के हर बिंदु की नींव।

› बारंबारता बहुभुज = आयतों की ऊपरी भुजाओं के मध्य-बिंदुओं को जोड़ना; दोनों सिरों पर शून्य बारंबारता वाला वर्ग जोड़कर पूरा करना।

› बारंबारता बहुभुज एक ही आलेख पर कई समूहों की तुलना के लिए सबसे उपयोगी; संतत और बड़े आंकड़ों के लिए आदर्श।