वृत्त

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» जीवा द्वारा एक बिन्दु पर अंतरित कोण

» प्रमेय 9.1 व 9.2 - बराबर जीवाएँ और केन्द्र पर कोण

» केन्द्र से जीवा पर लम्ब - प्रमेय 9.3 व 9.4

» समान जीवाएँ और केन्द्र से दूरियाँ - प्रमेय 9.5 व 9.6

» प्रतिच्छेदी जीवाएँ - उदाहरण 1 व अनुप्रयोग

» चाप द्वारा अंतरित कोण और सर्वांगसम चाप

» प्रमेय 9.7 - केन्द्र पर कोण परिधि पर कोण का दुगुना

» प्रमेय 9.8 और अर्धवृत्त का कोण

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. एक वृत्त में chord AB = 6 cm और chord CD = 10 cm हैं (दोनों centre से अलग)। बिना measure किए बताओ AOB और COD में कौनसा बड़ा होगा? Reason दो।

› Observation: जीवा बड़ी हो तो उसके द्वारा केंद्र पर अंतरति कोण भी बड़ा होता है

› यहाँ CD = 10 cm > AB = 6 cm

› इसलिए COD > AOB

उत्तर – COD बड़ा होगा क्योंकि CD बड़ी जीवा है – बड़ी जीवा बड़ा केंद्रीय कोण अंतरित करती है।

उदाहरण 2. Circle centre O में AB = CD। अगर AOB = 70°, तो COD कितना है? कौनसी theorem?

› दिया: AB = CD (equal chords)

› Theorem 9.1: equal chords equal angles at centre

› इसलिए COD = AOB = 70°

उत्तर – COD = 70° (Theorem 9.1).

उदाहरण 3. Circle radius 5 cm, chord AB = 8 cm। Centre O से AB पर perpendicular OM है। AM और OM find करो।

› Theorem 9.3: OM AB AM = MB = 8/2 = 4 cm

› Right OMA में OA = 5 (radius), AM = 4

› OM = (OA² − AM²) = (25 − 16) = 9 = 3 cm

उत्तर – AM = 4 cm, OM = 3 cm.

उदाहरण 4. Circle radius 10 cm। दो equal chords AB और CD, हर एक centre से 6 cm दूर। हर जीवा की लंबाई ज्ञात करो।

› Theorem 9.5: equal chords equidistant – यहाँ दयिा दोनों 6 cm दूर (consistent)

› OM AB, AM = AB/2; OMA: OA² = OM² + AM² 10² = 6² + AM²

› AM² = 100 − 36 = 64 AM = 8 AB = 16 cm; similarly CD = 16 cm

उत्तर – AB = CD = 16 cm.

उदाहरण 5. दो वृत्त, त्रिज्या 5 cm और 3 cm, दो बिंदुओं पर प्रतिच्छेद; केंद्रों के बीच दूरी 4 cm। उभयनिष्ठ जीवा (common chord) की लंबाई ज्ञात करो। (Ex 9.2 Q1)

› Centres O, O; common chord AB; OO = 4 cm, OA = 5 cm, OA = 3 cm। OO chord AB को M पर bisect करता है और है।

› OM = x, OM = 4 − x. Pythagoras: $5^2 - x^2 = 3^2 - (4 - x)^2$ $25 - x^2 = 9 - (16 - 8x + x^2)$ $25 = 8x - 7$ $x = 4$.

› OM = 4 cm M, O पर; AM = $(OA^2 - OM^2)$ = (9 − 0) = 3 cm (या $(5^2 - 4^2) = 3$)। इसलिए AB = 2 × AM = 6 cm।

उत्तर – उभयनिष्ठ जीवा की लंबाई = 6 cm।

उदाहरण 6. Circle में arc AB arc CD (congruent)। अगर chord AB = 7 cm, तो chord CD कितना? Reason।

› दिया: arcs AB और CD सर्वांगसम

› Property: congruent arcs corresponding chords equal

› इसलिए CD = AB = 7 cm

उत्तर – CD = 7 cm (सर्वांगसम चाप बराबर जीवाएँ)।

उदाहरण 7. Circle centre O। Arc AB के लिए ACB = 35° जहाँ C remaining circumference पर है। AOB find करो।

› ACB inscribed angle for arc AB

› Theorem 9.7: AOB = 2 × ACB

› AOB = 2 × 35° = 70°

उत्तर – AOB = 70°.

उदाहरण 8. AB diameter है, C circumference पर। अगर ABC = 35°, तो BAC और ACB find करो।

› Angle in semicircle: ACB = 90° (AB diameter)

› Triangle sum: BAC + ABC + ACB = 180°

› BAC + 35° + 90° = 180° BAC = 55°

उत्तर – ACB = 90°, BAC = 55°.

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• Definition-based 1-mark में figure label करके 'AB द्वारा P पर APB' लिखो – सिर्फ 'angle' मत लिखो।

• Proof में हमेशा 'त्रिज्याएँ' reason bracket में लिखो – OA = OC (एक वृत्त की त्रिज्याएँ) – examiner यही देखता है।

• Numericals में पहले half chord निकालो (bisect), फिर Pythagoras से distance – यह pattern बहुत common है।

• Distance numericals = half chord + Pythagoras; पहले bisect (Th. 9.3) apply करना मत भूलना।

• Common chord numerical: line of centres bisects common chord – दो right triangles, एक variable से solve।

• Arc questions में हमेशा 'लघु/दीर्घ' लिखो; reflex central angle = 360° − minor central angle।

• Numerical में पहले confirm करो दोनों angles same arc subtend करते हैं – फिर ×2 या ÷2 करो।

• जब figure में diameter दिखे, तुरंत 90° mark करो – कई 2-3 mark questions इसी shortcut से खुलते हैं।

एक नज़र में रिवीज़न

› अंतरित कोण = chord के endpoints से point तक lines जो angle बने; बड़ी chord बड़ा central angle।
› Equal chords equal central angles (9.1 9.2); tool = SSS/CPCT.
› From centre: perpendicular bisector of the chord.
› Equal chords equidistant from centre; longer chord closer to centre; diameter distance = 0.
› Intersecting chords problems: drop from centre compare distances Th. 9.6.
› Equal chords congruent arcs; minor arc angle + major reflex = 360°.
› at centre = 2 × at circumference (same arc); major arc use reflex central angle.
› Same segment equal inscribed angles; diameter angle on circumference = 90°.