चतुर्भुज

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» समांतर चतुर्भुज का विकर्ण - दो सर्वांगसम त्रिभुज

» सम्मुख भुजाएँ बराबर और उसका विलोम

» सम्मुख कोण बराबर और उसका विलोम

» विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं

» आयत और समचतुर्भुज - उदाहरण 1 व 2

» समांतर चतुर्भुज के अनुप्रयोग - उदाहरण 3 से 5

» प्रश्नावली 8.1 - प्रमुख प्रश्न-प्रकार

» मध्य-बिंदु प्रमेय (Mid-point Theorem)

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. Parallelogram PQRS में diagonal PR खींचा गया। लिखो कि triangle PQR congruent triangle RSP किस rule से, और तीन corresponding equal parts mention करो।

› PQ || SR, PR transversal -> angle QPR = angle SRP (alternate interior angles)

› PS || QR, PR transversal -> angle SPR = angle QRP (alternate interior angles); PR common

› ASA से triangle PQR congruent triangle RSP; CPCT से corresponding sides/angles equal

उत्तर – triangle PQR congruent triangle RSP by ASA (two pairs of alternate angles + common PR).

उदाहरण 2. चतुर्भुज ABCD में AB = 7 cm, CD = 7 cm, AD = 5 cm, BC = 5 cm। क्या ABCD parallelogram है? कौनसी theorem?

› Opposite sides: AB = CD = 7 cm और AD = BC = 5 cm – हर युग्म equal

› Theorem 8.3 apply: opposite sides के दोनों pairs equal => parallelogram

› Optional proof path: diagonal AC, SSS congruence, then alternate angles => sides parallel

उत्तर – हाँ, ABCD parallelogram है – Theorem 8.3 से।

उदाहरण 3. Parallelogram ABCD में angle A = 70 degree। Angle B, angle C, angle D find करो।

› Opposite angles: angle C = angle A = 70 degree (Theorem 8.4)

› Consecutive angles between parallel sides supplementary: angle A + angle B = 180 => angle B = 110 degree

› Opposite: angle D = angle B = 110 degree (check: 70+110+70+110 = 360)

उत्तर – angle B = 110 degree, angle C = 70 degree, angle D = 110 degree.

उदाहरण 4. चतुर्भुज ABCD के diagonals AC और BD O पर मिलते हैं। अगर AO = 4 cm, OC = 4 cm, BO = 3 cm, OD = 3 cm, तो ABCD कौनसा figure है? Reason दो।

› OA = OC और OB = OD => diagonals एक-दूसरे को bisect करते हैं

› Theorem 8.7 apply: diagonals bisect => parallelogram

› Extra data नहीं (जैसे right angle / equal sides) => specifically parallelogram (not necessarily rectangle/rhombus)

उत्तर – ABCD एक समांतर चतुर्भुज (parallelogram) है – Theorem 8.7 से।

उदाहरण 5. (a) Rectangle PQRS में angle P = 90। दिखाओ angle R = 90। (b) Rhombus ABCD में diagonals O पर मिलते हैं। SSS के लिए triangle AOB और triangle COB में कौनसे तीन equal parts?

› (a) Opposite angles of parallelogram: angle R = angle P = 90

› (b) AO = CO (diagonals bisect), BO common, AB = CB (rhombus sides)

› SSS => congruence => CPCT angles at O equal => with linear pair get 90

उत्तर – (a) angle R = 90 (opposite angles). (b) AO=CO, BO common, AB=CB – SSS.

उदाहरण 6. Parallelogram ABCD में angle A + angle D = 180। अगर इन angles के bisectors S पर मिलते हैं, तो triangle ASD में angle ASD कितना होगा?

› Bisectors: angle DAS = (1/2) angle A, angle ADS = (1/2) angle D

› angle DAS + angle ADS = (1/2)(angle A + angle D) = (1/2)*180 = 90

› Triangle angle sum: angle ASD = 180 - 90 = 90

उत्तर – angle ASD = 90 degree (जैसे Example 5 में)।

उदाहरण 7. Parallelogram ABCD में AC = BD। लिखो क्यों ABCD rectangle है – तीन steps outline।

› Diagonals equal: AC = BD (given); ABCD parallelogram (given)

› Use congruence of triangles formed by equal diagonals (or properties after bisection at O)

› Show one angle is 90 degree => ABCD rectangle (Exercise 8.1 Q1 type)

उत्तर – Equal diagonals वाला parallelogram rectangle होता है (Exercise 8.1 Q1)।

उदाहरण 8. Triangle ABC में AB = 10 cm, AC = 12 cm, BC = 14 cm। M और N mid-points हैं AB और AC के। MN की लंबाई कितनी?

› Mid-point Theorem / activity result: MN || BC और MN = (1/2) BC

› BC = 14 cm => MN = 7 cm

› AB, AC lengths MN निकालने के लिए ज़रूरी नहीं (extra data)

उत्तर – MN = 7 cm.

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• Proof में हमेशा 'एकांतर कोण' और 'उभयनिष्ठ भुजा' words clearly लिखो – marks language-based होते हैं।

• Converse proofs में पहले congruence rule (SSS) लिखो, फिर CPCT से angles, फिर 'alternate angles equal => lines parallel' – तीन-layer structure marks लाता है।

• Numerical angle questions में पहले opposite equal, फिर consecutive supplementary – दो rules से सारे angles निकल आते हैं।

• 'Bisect' और 'equal' को confuse मत करो – bisect means halves; equal diagonals means rectangle proof (Exercise Q1)।

• Rhombus proof में 'rhombus is a parallelogram' लिखना मत भूलो – तभी diagonals bisect वाला fact use कर सकते हो।

• Long examples में intermediate results number करो (1), (2) – NCERT भी ऐसे ही करती है; examiner follow कर पाता है।

• हर 'दिखाइए' question में पहले neat figure, फिर Given/To Prove, फिर steps – presentation से 1 mark बचता है।

• Figure में mid-points clearly mark करो (M,N) और 'given mid-point' से पहले theorem name लिखो – examiner को path दिखना चाहिए।

एक नज़र में रिवीज़न

› Theorem 8.1 = Diagonal -> 2 congruent triangles by ASA (alternate angles + common side).

› Sides: Parallelogram <=> opposite sides equal (8.2 <-> 8.3).

› Angles: Parallelogram <=> opposite angles equal; consecutive angles sum to 180 degree.

› Diagonals bisect each other <=> parallelogram; equal diagonals अलग property है (rectangle)।

› Rectangle => all angles 90; Rhombus => diagonals perpendicular (SSS + linear pair).

› Bisectors of interior/parallelogram angles -> often a rectangle; always prove parallel first, then 90 degree.

› Equal diagonals => rectangle; angle-bisecting diagonal => rhombus/square path; isosceles trapezium => equal diagonals.

› Mid-points join => parallel to third side and equal to half of third side.