

प्रायिकता

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» यादृच्छिक परीक्षण और प्रतिदर्श समष्टि

प्रश्न 1 (आसान). एक सिक्के को दो बार उछाला जाता है। इस परीक्षण का प्रतिदर्श समष्टि क्या होगा?

उत्तर – $S = \{HH, HT, TH, TT\}$

प्रश्न 2 (आसान). जब एक बच्चा जन्म लेता है, तो 'लिंग' के संदर्भ में संभावित परिणाम क्या हो सकते हैं? इसका प्रतिदर्श समष्टि लिखिए।

उत्तर – $S = \{\text{लड़का, लड़की}\}$

प्रश्न 3 (मध्यम). एक पासे को दो बार उछाला जाता है। इस परीक्षण के लिए प्रतिदर्श समष्टि में कितने अवयव (elements) होंगे?

उत्तर – 36 (क्योंकि पहले पासे पर 6 और दूसरे पासे पर 6, तो $6 \times 6 = 36$)

प्रश्न 4 (कठिन). एक सिक्के को उछाला जाता है। यदि 'चित' आता है, तो सिक्का दोबारा उछाला जाता है। यदि 'पट' आता है, तो एक पासा फेंका जाता है। इस परीक्षण का प्रतिदर्श समष्टि लिखिए।

उत्तर – $S = \{HH, HT, T1, T2, T3, T4, T5, T6\}$

» घटना (Event)

प्रश्न 5 (आसान). एक सिक्के को एक बार उछाला जाता है। 'चित (Head)' आने की घटना लिखें।

उत्तर – $\{H\}$

प्रश्न 6 (आसान). एक पासे को एक बार फेंका जाता है। '5' आने की घटना लिखें।

उत्तर – $\{5\}$

प्रश्न 7 (मध्यम). एक पासे को एक बार फेंका जाता है। '3 से बड़ी संख्या' आने की घटना लिखें।

उत्तर – $\{4, 5, 6\}$

प्रश्न 8 (कठिन). दो सिक्के एक साथ उछाले जाते हैं। 'कम से कम एक पट (Tail)' आने की घटना लिखें।

उत्तर – $\{HT, TH, TT\}$

» घटनाओं के प्रकार

प्रश्न 9 (आसान). एक पासा उछालने पर 'सम संख्या' आने की घटना किस प्रकार की घटना है?

उत्तर – मिश्र घटना (क्योंकि $\{2, 4, 6\}$ में एक से अधिक परिणाम हैं)

प्रश्न 10 (आसान). एक सिक्के को एक बार उछालने पर 'हेड और टेल दोनों एक साथ आने' की घटना क्या कहलाती है?

उत्तर – असंभव घटना

प्रश्न 11 (मध्यम). एक टोकरी में 10 आम और 5 सेब हैं। उसमें से 'एक फल निकलने' की घटना किस प्रकार की है?

उत्तर – निश्चित घटना (क्योंकि टोकरी में केवल फल ही हैं)

प्रश्न 12 (कठिन). दो सिक्के एक साथ उछालने पर 'ठीक एक हेड' आने की घटना किस प्रकार की घटना है?

उत्तर – मिश्र घटना (क्योंकि $\{HT, TH\}$ में दो परिणाम हैं)

» घटनाओं का बीजगणित: पूरक, 'या', 'और', 'किंतु नहीं'

प्रश्न 13 (आसान). एक सिक्के को उछाला गया है। घटना H: 'हेड आना'। घटना T: 'टेल आना'। H' क्या होगा?

उत्तर – $H' = T$ (हेड नहीं आना मतलब टेल आना)

प्रश्न 14 (आसान). एक पासे पर, $A = \{1, 2\}$ और $B = \{2, 3\}$ । $A \cap B$ ज्ञात करें।

उत्तर – $A \cap B = \{2, 3\}$

प्रश्न 15 (मध्यम). एक पासे पर, $A = \{2, 4, 6\}$ और $B = \{1, 3, 5\}$ । $A \cap B$ क्या होगा?

उत्तर – $A \cap B = \emptyset$ (कोई उभयनिष्ठ अवयव नहीं)

प्रश्न 16 (कठिन). एक पासे पर, $A = \text{'एक सम संख्या प्राप्त होना'}$, $B = \text{'3 से बड़ी संख्या प्राप्त होना'}$ । 'A किंतु B नहीं' और 'A-नहीं' ज्ञात करें। ($S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$)

उत्तर – $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{4, 5, 6\}$ । $A \text{ किंतु } B \text{ नहीं} = A - B = \{2, 4, 6\} - \{4, 5, 6\} = \{2\}$ । $A\text{-नहीं} = A' = S - A = \{1, 3, 5\}$ ।

» परस्पर अपवर्जी घटनाएँ

प्रश्न 17 (आसान). एक पासा फेंका जाता है। घटना A: 'संख्या 6 आना', घटना B: 'संख्या 1 आना'। क्या ये परस्पर अपवर्जी हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि $\{6\} \cap \{1\} = \emptyset$ ।

प्रश्न 18 (आसान). एक पासा फेंका जाता है। घटना A: 'सम संख्या आना', घटना B: '3 से बड़ी संख्या आना'। क्या ये परस्पर अपवर्जी हैं?

उत्तर – नहीं, क्योंकि $\{2, 4, 6\} \cap \{4, 5, 6\} = \{4, 6\} \neq \emptyset$ ।

प्रश्न 19 (मध्यम). एक कार्ड के डेक से एक कार्ड निकाला जाता है। घटना A: 'एक इक्का निकलना', घटना B: 'एक लाल कार्ड निकलना'। क्या ये परस्पर अपवर्जी हैं?

उत्तर – नहीं, क्योंकि डेक में लाल इक्के भी होते हैं। $A \cap B \neq \emptyset$ ।

प्रश्न 20 (कठिन). दो पासे फेंके जाते हैं। घटना A: 'दोनों पासों पर एक ही संख्या आना', घटना B: 'दोनों पासों पर संख्याओं का योग 7 आना'। क्या ये परस्पर अपवर्जी हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि $A = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$ और $B = \{(1,6), (2,5), (3,4), (4,3), (5,2), (6,1)\}$ । इनमें कोई भी परिणाम कॉमन नहीं है, $A \cap B = \emptyset$ ।

» निःशेष घटनाएँ

प्रश्न 21 (आसान). एक कार्ड को 52 पत्तों की गड्डी से निकाला गया। घटना A: 'लाल रंग का कार्ड आना', घटना B: 'काले रंग का कार्ड आना'। क्या A और B निःशेष घटनाएँ हैं?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 22 (आसान). एक बच्चे का जन्म हुआ। घटना A: 'लड़का होना', घटना B: 'लड़की होना'। क्या A और B निःशेष घटनाएँ हैं?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 23 (मध्यम). एक पासे को फेंका गया। घटना A: 'सम संख्या आना', घटना B: 'विषम संख्या आना'। क्या A और B निःशेष घटनाएँ हैं?

उत्तर – हाँ

प्रश्न 24 (कठिन). एक पासे को फेंका गया। घटना A: 'संख्या 2 से कम', घटना B: 'संख्या 3', घटना C: 'संख्या 4 या 5'। क्या A, B और C निःशेष घटनाएँ हैं?

उत्तर – नहीं (क्योंकि संख्या 6 छूट गई)

» प्रायिकता का अभिगृहीतीय दृष्टिकोण

प्रश्न 25 (आसान). अगर किसी घटना E की प्रायिकता $P(E) = -0.2$ है, तो क्या यह अभिगृहीतीय दृष्टिकोण के अनुसार वैध है?

उत्तर – नहीं, क्योंकि प्रायिकता कभी भी ऋणात्मक नहीं हो सकती ($P(E) \geq 0$)।

प्रश्न 26 (आसान). अगर एक प्रतिदर्श समष्टि S में केवल एक परिणाम है, तो $P(S)$ क्या होगा?

उत्तर – $P(S) = 1$, हमेशा।

प्रश्न 27 (मध्यम). एक पासे को फेंकने पर सम संख्या (E) आने और विषम संख्या (F) आने की घटनाओं के लिए $P(E \cap F)$ का मान क्या होगा? क्या E और F परस्पर अपवर्जी हैं?

उत्तर – $P(E) = 3/6 = 1/2$, $P(F) = 3/6 = 1/2$ । चूँकि सम और विषम संख्याएँ एक साथ नहीं आ सकतीं, ये परस्पर अपवर्जी हैं। इसलिए $P(E \cap F) = P(E) + P(F) = 1/2 + 1/2 = 1$ ।

प्रश्न 28 (कठिन). किसी यादृच्छिक परीक्षण के लिए प्रतिदर्श समष्टि $S = \{1, 2, 3\}$ है। यदि $P(1) = 0.3$, $P(2) = 0.4$, और $P(3) = 0.5$ है, तो क्या यह एक वैध प्रायिकता निर्धारण है? क्यों?

उत्तर – नहीं, यह वैध नहीं है। पहला अभिगृहीत ($P(E) \geq 0$) तो संतुष्ट होता है, लेकिन दूसरा अभिगृहीत ($P(S) = 1$) संतुष्ट नहीं होता क्योंकि $P(1) + P(2) + P(3) = 0.3 + 0.4 + 0.5 = 1.2$ जो कि 1 से ज़्यादा है।

» सम-संभाव्य परिणामों की प्रायिकता

प्रश्न 29 (आसान). एक पासे को एक बार फेंका जाता है। सम संख्या आने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – $3/6 = 1/2$

प्रश्न 30 (आसान). एक अच्छी तरह फेंटी गई ताश की गड्डी से एक पत्ता निकाला जाता है। उसके बादशाह होने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – $4/52 = 1/13$

प्रश्न 31 (मध्यम). एक बॉक्स में 4 हरी, 6 पीली और 2 नीली टॉफियाँ हैं। यदि एक टॉफी यादृच्छया निकाली जाती है, तो उसके हरी न होने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – हरी नहीं होने की टॉफियाँ = $6+2 = 8$ । कुल टॉफियाँ = 12। प्रायिकता = $8/12 = 2/3$ ।

प्रश्न 32 (कठिन). अंक 1 से 100 तक के कार्डों में से एक कार्ड निकाला जाता है। उस कार्ड पर एक पूर्ण वर्ग संख्या होने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – 1 से 100 तक पूर्ण वर्ग संख्याएँ हैं: 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 (कुल 10 संख्याएँ)। कुल संभावित परिणाम = 100। प्रायिकता = $10/100 = 1/10$ ।

» घटना 'A या B' की प्रायिकता

प्रश्न 33 (आसान). एक पासा फेंकने पर, सम संख्या या 5 आने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – $P(\text{सम}) = 3/6$, $P(5) = 1/6$, $P(\text{सम और } 5) = 0/6$. तो $P(\text{सम या } 5) = 3/6 + 1/6 - 0 = 4/6 = 2/3$ ।

प्रश्न 34 (आसान). एक सिक्के को उछाला जाता है। हेड या टेल आने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – $P(H) = 1/2$, $P(T) = 1/2$, $P(H \text{ और } T) = 0$. तो $P(H \text{ या } T) = 1/2 + 1/2 - 0 = 1$ ।

प्रश्न 35 (मध्यम). ताश की गड्डी में से एक पत्ता निकाला जाता है। उसके इक्का या लाल पत्ता होने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – कुल पत्ते = 52. $P(\text{इक्का}) = 4/52$. $P(\text{लाल पत्ता}) = 26/52$. इक्के और लाल पत्ते दोनों होने की संभावना: लाल इक्के (2) = $2/52$. तो $P(\text{इक्का या लाल}) = 4/52 + 26/52 - 2/52 = 28/52 = 7/13$ ।

प्रश्न 36 (कठिन). एक क्लास में 30% छात्र गणित पास करते हैं, 20% अंग्रेजी पास करते हैं और 10% दोनों पास करते हैं। कितने प्रतिशत छात्र गणित या अंग्रेजी पास करते हैं?

उत्तर – $P(M) = 0.30$, $P(E) = 0.20$, $P(M \cap E) = 0.10$. तो $P(M \cup E) = P(M) + P(E) - P(M \cap E) = 0.30 + 0.20 - 0.10 = 0.40$ या 40%।

» घटना 'A-नहीं' की प्रायिकता (पूरक घटना)

प्रश्न 37 (आसान). यदि किसी घटना के होने की प्रायिकता 0.6 है, तो उस घटना के न होने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – 0.4

प्रश्न 38 (आसान). एक पासे को एक बार उछाला जाता है। 'सम संख्या' आने की प्रायिकता $1/2$ है। तो 'सम संख्या न आने' की प्रायिकता क्या होगी?

उत्तर – $1/2$

प्रश्न 39 (मध्यम). एक टोकरी में 10 आम और 5 सेब हैं। यदि एक फल यादृच्छया चुना जाता है, तो सेब न चुने जाने की प्रायिकता क्या है?

उत्तर – $2/3$

प्रश्न 40 (कठिन). एक क्लास में 40 बच्चे हैं। एक बच्चे के गणित में 'A' ग्रेड लाने की प्रायिकता 0.25 है। तो कितने बच्चों के 'A' ग्रेड न लाने की संभावना है?

उत्तर – 30 बच्चे

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. एक थैले में 3 लाल और 2 नीली गेंदें हैं। थैले में से एक गेंद निकाली जाती है। इस परीक्षण के लिए यादृच्छिक परीक्षण और प्रतिदर्श समष्टि लिखिए।

› पहला कदम है 'यादृच्छिक परीक्षण' की पहचान करना। यहाँ 'यादृच्छिक परीक्षण' है 'थैले में से एक गेंद निकालना' क्योंकि हमें पता है कि गेंद लाल या नीली होगी, पर पक्के तौर पर कौन से रंग की आएगी, यह नहीं पता।

› दूसरा कदम है 'प्रतिदर्श समष्टि' बनाना। हमें उन सभी संभावित परिणामों को लिखना होगा जो हो सकते हैं।

› थैले में 3 लाल गेंदें हैं, मान लो R_1, R_2, R_3 और 2 नीली गेंदें हैं, मान लो B_1, B_2 ।

› जब हम एक गेंद निकालते हैं, तो वह R_1, R_2, R_3, B_1 , या B_2 में से कोई भी हो सकती है।

› तो, 'प्रतिदर्श समष्टि' (S) इन सभी संभावित परिणामों का समुच्चय होगा।

उत्तर – यादृच्छिक परीक्षण: थैले में से एक गेंद निकालना।

प्रतिदर्श समष्टि (S) = $\{R_1, R_2, R_3, B_1, B_2\}$

उदाहरण 2. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। 'सम संख्या' आने की घटना को लिखें।

› सबसे पहले, पासे को फेंकने का 'sample space' (S) लिखें। $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ।

› अब, हमें घटना 'सम संख्या' चाहिए। इसमें कौन-कौन सी सम संख्याएँ आती हैं?

› सम संख्याएँ 2, 4 और 6 हैं।

› तो घटना 'सम संख्या' (E) का सेट होगा: $E = \{2, 4, 6\}$ ।

उत्तर – घटना $E = \{2, 4, 6\}$

उदाहरण 3. एक थैले में 3 लाल, 2 नीली और 4 हरी गेंदें हैं। यदि हम बिना देखे एक गेंद निकालते हैं, तो निम्नलिखित घटनाओं को वर्गीकृत करें: (a) 'एक काली गेंद निकलना', (b) 'एक रंगीन गेंद निकलना', (c) 'एक लाल गेंद निकलना', (d) 'एक नीली या हरी गेंद निकलना'।

› सबसे पहले, 'Sample Space (S)' लिखेंगे। कुल गेंदें = 3 (लाल) + 2 (नीली) + 4 (हरी) = 9 गेंदें। तो S में सभी 9 गेंदें शामिल होंगी।

› (a) 'एक काली गेंद निकलना': थैले में कोई काली गेंद नहीं है। तो यह घटना कभी नहीं हो सकती। $E = \emptyset$ ।

› (b) 'एक रंगीन गेंद निकलना': थैले में सभी गेंदें लाल, नीली या हरी हैं, मतलब सभी 'रंगीन' हैं। तो यह घटना हमेशा

होगी। 'E = S'।

› (c) 'एक लाल गेंद नकिलना': लाल गेंद नकिलने की 3 संभावनाएँ हैं, {लाल1, लाल2, लाल3}। इसमें एक से ज़्यादा 'sample points' हैं।

› (d) 'एक नीली या हरी गेंद नकिलना': नीली गेंद की 2 संभावनाएँ और हरी गेंद की 4 संभावनाएँ। कुल 6 संभावनाएँ {नीली1, नीली2, हरी1, हरी2, हरी3, हरी4}। इसमें भी एक से ज़्यादा 'sample points' हैं।

उत्तर – (a) असंभव घटना, (b) निश्चित घटना, (c) मिश्र घटना, (d) मिश्र घटना

उदाहरण 4. एक पासे को एक बार फेंका जाता है। घटना A: 'एक अभाज्य संख्या प्राप्त होना' और घटना B: 'एक विषम संख्या प्राप्त होना'। तो, 'A या B', 'A और B', 'A किंतु B नहीं' और 'A-नहीं' ज्ञात करें।

- › सबसे पहले, Sample Space $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ लिखते हैं।
- › घटना A: 'एक अभाज्य संख्या' = $\{2, 3, 5\}$ ।
- › घटना B: 'एक विषम संख्या' = $\{1, 3, 5\}$ ।
- › अब, 'A या B' = $A \cup B = \{2, 3, 5\} \cup \{1, 3, 5\} = \{1, 2, 3, 5\}$ ।
- › फिर, 'A और B' = $A \cap B = \{2, 3, 5\} \cap \{1, 3, 5\} = \{3, 5\}$ ।
- › इसके बाद, 'A किंतु B नहीं' = $A - B = \{2, 3, 5\} - \{1, 3, 5\} = \{2\}$ । (वो जो A में है पर B में नहीं)
- › आखिरी में, 'A-नहीं' = $A^c = S - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 3, 5\} = \{1, 4, 6\}$ ।

उत्तर – A या B = $\{1, 2, 3, 5\}$; A और B = $\{3, 5\}$; A किंतु B नहीं = $\{2\}$; A-नहीं = $\{1, 4, 6\}$ ।

उदाहरण 5. एक सिक्का दो बार उछाला जाता है। 'घटना A' है 'दोनों बार चित आना', और 'घटना B' है 'एक बार चित और एक बार पट आना'। क्या A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं?

- › सबसे पहले हम प्रतिदर्श समष्टि (Sample Space) लिखेंगे: $S = \{HH, HT, TH, TT\}$
- › अब 'घटना A' के परिणाम: $A = \{HH\}$ (दोनों बार चित आना)
- › फिर 'घटना B' के परिणाम: $B = \{HT, TH\}$ (एक बार चित और एक बार पट आना)
- › अब हम इन दोनों घटनाओं का सर्वनिष्ठ (Intersection) निकालेंगे: $A \cap B$
- › देखते हैं कि A और B में कोई भी परिणाम 'कॉमन' (साझा) नहीं है।
- › तो, $A \cap B = \emptyset$ (रिक्त समुच्चय)

उत्तर – हाँ, A और B परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं।

उदाहरण 6. एक पासे को एक बार फेंका गया। 'संख्या 3 से कम आना' (घटना A), 'संख्या 3 या 4 आना' (घटना B), 'संख्या 4 से अधिक आना' (घटना C)। क्या A, B और C निःशेष घटनाएँ हैं?

- › सबसे पहले, 'sample space' (S) लिखें: $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- › अब, दी गई घटनाओं के 'outcomes' लिखें:
- › $A = \text{'संख्या 3 से कम आना'} = \{1, 2\}$
- › $B = \text{'संख्या 3 या 4 आना'} = \{3, 4\}$
- › $C = \text{'संख्या 4 से अधिक आना'} = \{5, 6\}$
- › अब, इन घटनाओं का 'union' ($A \cup B \cup C$) निकालें:
- › $A \cup B \cup C = \{1, 2\} \cup \{3, 4\} \cup \{5, 6\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- › देखें कि $A \cup B \cup C$, 'sample space' S के बराबर है या नहीं। हाँ, $A \cup B \cup C = S$ है।

उत्तर – हाँ, A, B और C निःशेष घटनाएँ हैं क्योंकि इनका 'union' पूरे 'sample space' को कवर करता है।

उदाहरण 7. मान लीजिए एक थैले में 3 लाल और 2 नीली गेंदें हैं। एक गेंद यादृच्छिक रूप से निकाली जाती है। 'लाल गेंद निकलने' (R) और 'नीली गेंद निकलने' (B) की प्रायिकता के लिए अभिगृहीतीय दृष्टिकोण की जाँच करें।

- › सबसे पहले, हम 'प्रतिदर्श समष्टि' (Sample Space) देखते हैं। इसमें कुल $3+2 = 5$ परिणाम हैं।
- › अब, 'लाल गेंद निकलने' की प्रायिकता, $P(R) = 3/5$ है। 'नीली गेंद निकलने' की प्रायिकता, $P(B) = 2/5$ है।
- › पहला अभिगृहीत कहता है $P(E) \geq 0$ । यहाँ $P(R) = 3/5$ (जो 0 है) और $P(B) = 2/5$ (जो 0 है)। यह सही है।
- › दूसरा अभिगृहीत कहता है $P(S) = 1$ । 'लाल या नीली गेंद निकलने' की कुल प्रायिकता $P(R \cup B) = P(R) + P(B)$ है, क्योंकि एक गेंद लाल होगी या नीली, दोनों एक साथ नहीं हो सकती (यानी ये 'परस्पर अपवर्जी' हैं)। तो, $P(R \cup B) = 3/5 + 2/5 = 5/5 = 1$ । यह भी सही है।
- › तीसरा अभिगृहीत कहता है कि यदि घटनाएँ परस्पर अपवर्जी हैं, तो $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$ । यहाँ 'लाल गेंद निकलना' और 'नीली गेंद निकलना' परस्पर अपवर्जी घटनाएँ हैं। इसीलिए, $P(R \cup B) = P(R) + P(B) = 3/5 + 2/5 = 1$ । यह भी सही है।

उत्तर – यह प्रायिकता निर्धारण तीनों अभिगृहीतियों को संतुष्ट करता है, इसलिए यह एक 'वैध प्रायिकता वितरण' (valid probability distribution) है।

उदाहरण 8. एक थैले में 5 लाल और 3 नीली गेंदें हैं। यदि थैले में से एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है, तो उसके लाल होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- › पहले, कुल संभावित परिणाम गिनते हैं। थैले में कुल 5 लाल + 3 नीली = 8 गेंदें हैं। तो, कुल संभावित परिणाम $n(S) = 8$ है।
- › फिर, घटना 'E' के अनुकूल परिणाम गिनते हैं। घटना 'E' है 'गेंद का लाल होना'। लाल गेंदें 5 हैं। तो, अनुकूल परिणाम $n(E) = 5$ है।
- › अब, प्रायिकता का सूत्र लगाते हैं: $P(E) = n(E) / n(S)$ ।
- › $P(\text{लाल गेंद}) = 5 / 8$ ।

उत्तर – लाल गेंद निकलने की प्रायिकता $5/8$ है।

उदाहरण 9. एक थैले में 5 लाल और 3 नीली गेंदें हैं। यदि एक गेंद निकाली जाती है, तो उसके लाल या नीली होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

- › सबसे पहले, हम कुल संभव परिणाम देखेंगे। कुल गेंदें = 5 (लाल) + 3 (नीली) = 8 गेंदें।
- › घटना A: गेंद लाल है। $P(A) = \text{लाल गेंदों की संख्या} / \text{कुल गेंदों की संख्या} = 5/8$ ।
- › घटना B: गेंद नीली है। $P(B) = \text{नीली गेंदों की संख्या} / \text{कुल गेंदों की संख्या} = 3/8$ ।
- › अब, क्या गेंद एक साथ लाल और नीली दोनों हो सकती है? नहीं हो सकती। तो घटना A और B एक साथ नहीं हो सकतीं। ' $A \cap B = \emptyset$ ', मतलब $P(A \cap B) = 0$ ।
- › सूत्र लगाएंगे: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 5/8 + 3/8 - 0$
- › $P(A \cup B) = 8/8 = 1$ ।

उत्तर – गेंद के लाल या नीली होने की प्रायिकता 1 है।

उदाहरण 10. एक थैले में 5 लाल और 3 नीली गेंदें हैं। एक गेंद यादृच्छया निकाली जाती है। क्या प्रायिकता है कि निकाली गई गेंद लाल नहीं है?

- › पहले हम यह पता लगाएंगे कि कुल कितनी गेंदें हैं: 5 लाल + 3 नीली = 8 गेंदें।
- › अब हम 'गेंद के लाल होने' की प्रायिकता ($P(\text{लाल})$) निकालेंगे। लाल गेंदें 5 हैं, कुल गेंदें 8 हैं। तो $P(\text{लाल}) = 5/8$ ।
- › हमें 'गेंद के लाल नहीं होने' की प्रायिकता निकालनी है, जो कि घटना 'लाल' की पूरक घटना है।
- › सूत्र लगाएंगे: $P(\text{लाल नहीं}) = 1 - P(\text{लाल}) = 1 - 5/8$ ।
- › इसे हल करेंगे: $1 - 5/8 = 8/8 - 5/8 = 3/8$ ।

उत्तर – निकाली गई गेंद के लाल नहीं होने की प्रायिकता $3/8$ है।

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- प्रतिदर्श समष्टि को लिखते समय, सभी संभावित परिणामों को शामिल करना सुनिश्चित करें। अगर एक भी परिणाम छूट गया तो पूरा सवाल गलत हो सकता है।
- यह बहुत ही बुनियादी कॉन्सेप्ट है, लेकिन अगर आपको 'event' की परिभाषा अच्छे से समझ आ गई तो 'प्रायिकता' के बड़े सवाल हल करने में बहुत आसानी होगी।
- इन घटनाओं के प्रकार को उदाहरणों के साथ अच्छी तरह समझ लेना, क्योंकि सीधे-सीधे परिभाषा और उदाहरण बोर्ड परीक्षा में अक्सर पूछे जाते हैं।
- यह विषय बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सवाल अक्सर सीधे सूत्र के प्रयोग या घटनाओं के सेट बनाकर हल करने वाले आते हैं। खासकर 'A किंतु B नहीं' और 'A और B' वाले सवालों पर ध्यान देना।
- यह कॉन्सेप्ट बोर्ड परीक्षा में 'प्रायिकता' के जोड़ के नियमों (addition rules of probability) को समझने के लिए बहुत महत्वपूर्ण है, अक्सर सीधे परिभाषा या उदाहरण पूछा जाता है।
- निःशेष घटनाओं पर आधारित प्रश्न प्रायिकता के योग नियम को समझने में मदद करते हैं, खासकर जब आपको 'E1 E2 ... En = S' वाली स्थिति मिले।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर, आपको कुछ प्रायिकताएँ दी जाएँगी और पूछा जाएगा कि क्या वे इन अभिगृहीतियों को संतुष्ट करती हैं। तीनों अभिगृहीतियों को ध्यान से जाँचें, खासकर योग 1 होना चाहिए और कोई भी प्रायिकता ऋणात्मक या 1 से अधिक नहीं होनी चाहिए।
- यह सूत्र बोर्ड परीक्षा में प्रायिकता के ज्यादातर सीधे सवालों को हल करने का आधार है, इसे अच्छे से समझना और याद रखना।
- यह 'Addition Rule' बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत ज़रूरी है। इसे हमेशा ध्यान से समझना और सही जगह पर $P(A \cup B)$ घटाना मत भूलना, खासकर जब घटनाएँ 'mutually exclusive' (परस्पर अपवर्जी) न हों।
- यह कॉन्सेप्ट बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। कई बार सवाल में सीधे 'न होने' की प्रायिकता पूछी जाती है, तो पहले 'होने' की प्रायिकता निकालो और फिर 1 में से घटा दो। इससे गलती होने की संभावना कम हो जाती है।

एक नज़र में रिवीज़न

- › यादृच्छिक परीक्षण = अनिश्चित परिणाम, प्रतिदर्श समष्टि = सभी संभावित परिणामों का सेट (S)।
- › घटना = प्रतिदर्श समष्टि का उपसमुच्चय; किसी शर्त को पूरा करने वाले परिणाम।
- › असंभव ($\emptyset$), निश्चित (S), सरल (एक बिंदु), मिश्र (कई बिंदु) घटनाएँ।
- › पूरक (A'), या ($\bar{A}$), और ($\cup$), किंतु नहीं ($\cap$) घटनाओं का संयोजन।
- › घटनाएँ जो एक साथ न हों ($A \cap B = \emptyset$) परस्पर अपवर्जी हैं।
- › घटनाओं का union पूरे sample space (S) को कवर करे।
- › $P(E) \geq 0$, $P(S) = 1$, $P(E \cup F) = P(E) + P(F)$ if E, F mutually exclusive.
- › सम-संभाव्य परिणाम: $P(E) = n(E) / n(S)$
- › $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ (Addition Rule)
- › $P(A \text{ नहीं}) = P(A') = 1 - P(A)$