समुच्चय

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» समुच्चय की परिभाषा और महत्वपूर्ण बिंदु

प्रश्न 1 (आसान). 'तुम्हारी कक्षा के सभी लड़कों का संग्रह' क्या एक समुच्चय है?
उत्तर – हाँ, यह एक समुच्चय है।

प्रश्न 2 (आसान). 'भारत के पाँच सबसे अमीर लोग' क्या एक समुच्चय है?
उत्तर – नहीं, यह एक समुच्चय नहीं है, क्योंकि 'सबसे अमीर' की परिभाषा सुपरिभाषित नहीं है।

प्रश्न 3 (मध्यम). यदि A = {1, 2, 3, 4} है, तो क्या 3 A है? और क्या 5 A है?
उत्तर – हाँ, 3 A है। नहीं, 5 A है।

» समुच्चयों का निरूपण: रोस्टर रूप और समुच्चय निर्माण रूप

प्रश्न 4 (आसान). समुच्चय {1, 2, 3, 4, 5} को समुच्चय निर्माण रूप में लिखिए।
उत्तर – {x : x एक प्राकृत संख्या है और 1 x 5}

प्रश्न 5 (आसान). समुच्चय B = {x : x एक प्राकृत संख्या है जो 6 से कम है} को रोस्टर रूप में लिखिए।
उत्तर – B = {1, 2, 3, 4, 5}

प्रश्न 6 (मध्यम). समुच्चय C = {x : x दो अंकों की ऐसी प्राकृत संख्या है जिसके अंकों का योगफल 8 है} को रोस्टर रूप में लिखिए।
उत्तर – C = {17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80}

प्रश्न 7 (कठिन). समुच्चय {1, 4, 9, 16, 25, ...} को समुच्चय निर्माण रूप में लिखिए।
उत्तर – {x : x एक प्राकृत संख्या का वर्ग है} या {x : x = n^2, जहाँ n N}

» रिक्त समुच्चय (The Empty Set)

प्रश्न 8 (आसान). क्या {x : x एक प्राकृत संख्या है, x < 5 और x > 7} एक रिक्त समुच्चय है?
उत्तर – हाँ, यह एक रिक्त समुच्चय है।

प्रश्न 9 (आसान). क्या {x : x एक पूर्ण संख्या है और x < 0} एक रिक्त समुच्चय है?
उत्तर – हाँ, यह एक रिक्त समुच्चय है।

प्रश्न 10 (मध्यम). पहचानिए: D = {x : x^2 = 4, और x एक विषम पूर्णांक है} – क्या यह रिक्त समुच्चय है?
उत्तर – हाँ, D एक रिक्त समुच्चय है, क्योंकि x^2=4 के हल x=2 या x=-2 हैं, और ये दोनों विषम नहीं हैं।

» परिमित और अपरिमित समुच्चय (Finite and Infinite Sets)

प्रश्न 11 (आसान). समुच्चय A = {a, b, c, d} परिमित है या अपरिमित?
उत्तर – परिमित

प्रश्न 12 (आसान). समुच्चय B = {x : x N और x < 10} परिमित है या अपरिमित?
उत्तर – परिमित

प्रश्न 13 (मध्यम). समुच्चय C = {x : x एक पूर्णांक है और x < 0} परिमित है या अपरिमित?
उत्तर – अपरिमित

प्रश्न 14 (कठिन). समुच्चय D = {x : x R और 0 < x < 1} परिमित है या अपरिमित?
उत्तर – अपरिमित (वास्तविक संख्याएँ असीमित होती हैं, भले ही वे दो संख्याओं के बीच हों)

» समान समुच्चय (Equal Sets)

प्रश्न 15 (आसान). क्या A = {1, 2, 3} और B = {1, 2, 3} समान हैं?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 16 (आसान). क्या C = {a, b} और D = {b, a} समान हैं?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 17 (मध्यम). क्या X = {लाल, हरा, नीला} और Y = {हरा, पीला, लाल} समान हैं?
उत्तर – नहीं, क्योंकि Y में पीला है जो X में नहीं है और X में नीला है जो Y में नहीं है।

प्रश्न 18 (कठिन). क्या P = {x : x एक सम प्राकृत संख्या है और x < 6} और Q = {2, 4, 6} समान हैं?
उत्तर – नहीं, क्योंकि P = {2, 4} जबकि Q = {2, 4, 6}, अवयव 6 केवल Q में है, P में नहीं।

» उपसमुच्चय और अधिसमुच्चय (Subsets and Supersets)

प्रश्न 19 (आसान). क्या {a} , {a, b, c} का एक उपसमुच्चय है?
उत्तर – हाँ

प्रश्न 20 (आसान). क्या {1, 2, 3} , {1, 2} का एक उपसमुच्चय है?
उत्तर – नहीं

प्रश्न 21 (मध्यम). यदि A = {गुलाब, गेंदा}, B = {कमल, गुलाब, गेंदा}, तो A और B के बीच सही संबंध क्या है?
उत्तर – A B

प्रश्न 22 (कठिन). यदि X = {x : x भारत का एक राज्य है} और Y = {y : y भारत का एक शहर है}, तो क्या X Y या Y X?
उत्तर – कोई भी संबंध नहीं है क्योंकि राज्य और शहर अलग-अलग अवयव हैं, कोई भी एक दूसरे का उपसमुच्चय नहीं है।

» वास्तविक संख्याओं के समुच्चय के उपसमुच्चय (Subsets of Real Numbers and Intervals)

प्रश्न 23 (आसान). क्या सत्य है?
उत्तर – हाँ, सत्य है।

प्रश्न 24 (आसान). अंतराल [2, 7) को समुच्चय निर्माण रूप में लिखिए।
उत्तर – {x : x R, 2 x < 7}

प्रश्न 25 (मध्यम). अपरिमेय संख्याओं का समुच्चय क्या वास्तविक संख्याओं का उपसमुच्चय है?
उत्तर – हाँ, है। T R

प्रश्न 26 (कठिन). अंतराल (-, 0] का क्या अर्थ है?
उत्तर – इसका अर्थ है 'सभी ऋणात्मक वास्तविक संख्याएं, जिसमें 0 भी शामिल है'।

» सार्वत्रिक समुच्चय (Universal Set)

प्रश्न 27 (आसान). अगर A = {1, 3, 5} और B = {2, 4, 6} है, तो इनके लिए संभावित 'Universal Set' क्या हो सकता है?
उत्तर – {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}

प्रश्न 28 (आसान). अगर हम 'consonants' (व्यंजन) और 'vowels' (स्वर) के 'sets' की बात कर रहे हैं, तो 'Universal Set' क्या होगा?

उत्तर – अंग्रेजी वर्णमाला के सभी अक्षरों का समुच्चय।

प्रश्न 29 (मध्यम). अगर C = {x : x एक सम प्राकृतिक संख्या है} और D = {x : x एक विषम प्राकृतिक संख्या है}, तो 'Universal Set' क्या होगा?

उत्तर – सभी प्राकृतिक संख्याओं का समुच्चय (Set of Natural Numbers).

प्रश्न 30 (कठिन). तुम्हें 'School Uniform' पहनने वाले बच्चों का 'set' और 'Sports Uniform' पहनने वाले बच्चों का 'set' दिया गया है। इन दोनों 'sets' के लिए सबसे उचित 'Universal Set' क्या होगा?

उत्तर – स्कूल के सभी बच्चों का समुच्चय।

» वेन आरेख (Venn Diagrams)

प्रश्न 31 (आसान). अगर U = {a, b, c, d, e} और A = {a, e} है, तो वेन आरेख में A को कैसे दर्शाओगे?

उत्तर – एक आयत के अंदर एक गोला बनाकर, गोले में 'a', 'e' लिखेंगे और आयत में गोले के बाहर 'b', 'c', 'd' लिखेंगे।

प्रश्न 32 (आसान). वेन आरेख में 'Universal Set' को किस आकृति से दिखाते हैं?

उत्तर – आयत (Rectangle) से।

प्रश्न 33 (मध्यम). मान लीजिए U = {1, 2, 3, 4, 5}, A = {1, 3, 5}, B = {2, 4}। क्या A और B को एक ही गोले में दिखाओगे, या अलग-अलग?

उत्तर – अलग-अलग गोलों में, क्योंकि A और B में कोई भी 'common element' नहीं है।

» समुच्चयों का सम्मिलन (Union of Sets)

प्रश्न 34 (आसान). यदि A = {1, 2} और B = {3, 4}, तो A B क्या होगा?

उत्तर – {1, 2, 3, 4}

प्रश्न 35 (आसान). यदि X = {लाल, नीला} और Y = {नीला, पीला}, तो X Y क्या होगा?

उत्तर – {लाल, नीला, पीला}

प्रश्न 36 (मध्यम). यदि C = {2, 4, 6, 8} और D = {1, 2, 3, 4}, तो C D क्या होगा?

उत्तर – {1, 2, 3, 4, 6, 8}

प्रश्न 37 (कठिन). यदि E = {x : x एक प्राकृत संख्या है और x < 5} और F = {x : x एक सम प्राकृत संख्या है और x < 10}, तो E F क्या होगा?

उत्तर – {1, 2, 3, 4, 6, 8}

» समुच्चयों का सर्वनिष्ठ (Intersection of Sets)

प्रश्न 38 (आसान). यदि A = {1, 2, 3} और B = {3, 4, 5}, तो A B क्या होगा?

उत्तर – {3}

प्रश्न 39 (आसान). यदि X = {a, b, c, d} और Y = {d, e, f}, तो X Y क्या होगा?

उत्तर – {d}

प्रश्न 40 (मध्यम). यदि C = {लाल, नीला, हरा} और D = {पीला, नीला, बैंगनी}, तो C D क्या होगा? और क्या ये असंयुक्त समुच्चय हैं?

उत्तर – C D = {नीला}। नहीं, ये असंयुक्त समुच्चय नहीं हैं क्योंकि इनमें एक उभयनिष्ठ अवयव (नीला) है।

प्रश्न 41 (कठिन). मान लीजिए A = {x : x एक सम प्राकृत संख्या है} और B = {x : x एक अभाज्य संख्या है}, तो A B क्या होगा?

उत्तर – A B = {2} (क्योंकि 2 ही एकमात्र ऐसी संख्या है जो सम भी है और अभाज्य भी)।

» समुच्चयों का अंतर (Difference of Sets)

प्रश्न 42 (आसान). यदि A = {1, 2, 3} और B = {3, 4, 5}, तो A - B क्या होगा?

उत्तर – {1, 2}

प्रश्न 43 (आसान). यदि X = {a, b, c, d} और Y = {b, d}, तो X - Y क्या होगा?

उत्तर – {a, c}

प्रश्न 44 (मध्यम). यदि M = {लाल, नीला, हरा, पीला} और N = {नीला, पीला, नारंगी}, तो M - N और N - M ज्ञात कीजिए।

उत्तर – M - N = {लाल, हरा}, N - M = {नारंगी}

प्रश्न 45 (कठिन). यदि P = {x : x एक सम प्राकृत संख्या है और x 10} और Q = {x : x एक प्राकृत संख्या है और 5 < x < 12}, तो P - Q ज्ञात कीजिए।

उत्तर – P = {2, 4, 6, 8, 10}, Q = {6, 7, 8, 9, 10, 11}, P - Q = {2, 4}

» समुच्चय का पूरक (Complement of a Set)

प्रश्न 46 (आसान). अगर U = {a, b, c, d, e} और P = {a, c, e} है, तो P' क्या होगा?

उत्तर – P' = {b, d}

प्रश्न 47 (आसान). अगर यूनिवर्सल सेट U = {1, 2, 3, 4, 5} और Q = {2, 4} है, तो Q' क्या होगा?

उत्तर – Q' = {1, 3, 5}

प्रश्न 48 (मध्यम). अगर U = {1, 2, 3, 4, 5, 6}, X = {2, 3} और Y = {3, 4, 5} है, तो (X Y)' ज्ञात कीजिए।

उत्तर – (X Y)' = {1, 2, 4, 5, 6}

प्रश्न 49 (कठिन). यदि U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {2, 4, 6, 8} और B = {2, 3, 5, 7} हो, तो सत्यापित कीजिए कि (A B)' = A' B'।

उत्तर – (A B)' = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} और A' B' = {1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}. दोनों बराबर हैं।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. जाँच कीजिए कि 'संख्या 6 से कम सभी प्राकृत संख्याओं का संग्रह' एक समुच्चय है या नहीं। यदि है, तो इसके अवयव बताइए और इसे गणितीय रूप में लिखिए।

› पहला कदम: हमें यह देखना होगा कि यह संग्रह 'सुपरिभाषित' है या नहीं। 'संख्या 6 से कम सभी प्राकृत संख्याएँ' – क्या हम इनकी एक निश्चित सूची बना सकते हैं?

› दूसरा कदम: हाँ, हम जानते हैं कि प्राकृत संख्याएँ 1 से शुरू होती हैं और 6 से कम प्राकृत संख्याएँ 1, 2, 3, 4, 5 हैं। इसमें कोई अस्पष्टता नहीं है।

› तीसरा कदम: क्योंकि यह संग्रह सुपरिभाषित है, तो यह एक समुच्चय है।

› चौथा कदम: इस समुच्चय को हम मान लीजिए, B से दर्शाते हैं। तो हम इसे लिखेंगे: B = {1, 2, 3, 4, 5}।

उत्तर – हाँ, यह एक समुच्चय है। इसके अवयव {1, 2, 3, 4, 5} हैं।

उदाहरण 2. समुच्चय A = {x : x एक पूर्णांक है और -3 < x < 7} को रोस्टर रूप में लिखिए।

› पहचानिए कि 'x' क्या है: 'x' एक पूर्णांक है।

› पहचानिए कि 'x' पर क्या शर्त है: 'x' -3 से बड़ा और 7 से छोटा है।

› वे सभी पूर्णांक लिखिए जो -3 से बड़े और 7 से छोटे हों।

› ये पूर्णांक हैं: -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6।

› इन्हें मंजले कोष्ठक { } में कॉमा लगाकर लिखिए।

उत्तर – A = {-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6}

उदाहरण 3. पहचानिए कि क्या C = {x : x एक सम अभाज्य संख्या है और x > 2} एक रिक्त समुच्चय है?

› सबसे पहले, हम यह देखते हैं कि 'सम अभाज्य संख्या' क्या होती है।

› हमें पता है कि केवल 2 ही एक ऐसी संख्या है जो सम भी है और अभाज्य भी। 'Only 2 is an even prime number.'

› अब समुच्चय C की शर्त देखते हैं: 'x एक सम अभाज्य संख्या है' और 'x > 2'।

› क्या कोई सम अभाज्य संख्या है जो 2 से बड़ी भी हो? 'Is there any even prime number greater than 2?'

› नहीं, 2 के अलावा कोई और सम अभाज्य संख्या नहीं होती।

› तो, इस शर्त को पूरा करने वाला कोई अवयव नहीं है।

उत्तर – हाँ, C = {x : x एक सम अभाज्य संख्या है और x > 2} एक रिक्त समुच्चय है।

उदाहरण 4. बताओ कि समुच्चय A = {x : x N और x एक अभाज्य संख्या है} परिमित है या अपरिमित?

› पहला कदम: हमें समझना है कि 'x N' का मतलब है x एक 'प्राकृत संख्या' है (natural number).

› दूसरा कदम: शर्त है कि x एक 'अभाज्य संख्या' (prime number) भी हो।

› तीसरा कदम: अभाज्य संख्याएँ क्या होती हैं? 2, 3, 5, 7, 11, 13, और ऐसे ही आगे बढ़ती जाती हैं, जिनका कोई अंत नहीं होता।

› चौथा कदम: क्योंकि अभाज्य संख्याओं की कोई ऊपरी सीमा नहीं है, हम उन्हें गिनकर खत्म नहीं कर सकते।

› निष्कर्ष: इसलिए, इस समुच्चय में अवयवों की संख्या 'असीमित' है।

उत्तर – यह एक 'अपरिमित समुच्चय' (Infinite Set) है।

उदाहरण 5. जाँचिए कि क्या समुच्चय A = {x : x शब्द 'FOLLOW' का एक अक्षर है} और B = {y : y शब्द 'WOLF' का एक अक्षर है} समान हैं या नहीं?

› सबसे पहले, समुच्चय A के अवयवों को लिस्ट रूप में लिखते हैं। शब्द 'FOLLOW' के अक्षर हैं F, O, L, L, O, W। चूंकि समुच्चय में पुनरावृत्ति नहीं होती, तो A = {F, O, L, W}।

› अब, समुच्चय B के अवयवों को लिस्ट रूप में लिखते हैं। शब्द 'WOLF' के अक्षर हैं W, O, L, F। तो, B = {W, O, L, F}।

› अब हम दोनों समुच्चयों के अवयवों की तुलना करते हैं। समुच्चय A में F, O, L, W हैं और समुच्चय B में भी W, O, L, F हैं।

› चूंकि A के सभी अवयव B में हैं और B के सभी अवयव A में हैं, और क्रम मायने नहीं रखता, अतः दोनों समुच्चय समान हैं।

उत्तर – हाँ, A और B समान समुच्चय हैं।

उदाहरण 6. मान लीजिए तीन समुच्चय हैं: P = {चावल, दाल}, Q = {चावल, दाल, रोटी}, R = {चावल, दाल, रोटी, सब्जी}। इन समुच्चयों के बीच उपसमुच्चय के संबंध स्थापित कीजिए।

› पहला युग्म: P और Q। हम देखते हैं कि P के सभी अवयव (चावल, दाल) Q में भी मौजूद हैं।

› इसलिए, P Q।

› दूसरा युग्म: Q और R। हम देखते हैं कि Q के सभी अवयव (चावल, दाल, रोटी) R में भी मौजूद हैं।

› इसलिए, Q R।

उत्तर – P Q और Q R।

उदाहरण 7. समुच्चय {x : x R, -3 < x 5} को अंतराल रूप में लिखिए।

› हमें वह समुच्चय दिया गया है जहाँ x एक वास्तविक संख्या है।

› x, -3 से बड़ा है, लेकनि -3 इसमें शामलि नहीं है। इसलएि यहाँ हम '(' ब्रैकेट का उपयोग करेंगे।

› x, 5 से छोटा या उसके बराबर है, यानी 5 इसमें शामलि है। इसलएि यहाँ हम ']' ब्रैकेट का उपयोग करेंगे।

› इन दोनों को मिलाकर हम अंतराल लिखेंगे।

उत्तर – (-3, 5]

उदाहरण 8. मान लीजिए कि हमें समकोण त्रिभुजों का समुच्चय (Set of Right-angled Triangles) और समद्विबाहु त्रिभुजों का समुच्चय (Set of Isosceles Triangles) दिया गया है। इनके लिए आप कौन सा 'Universal Set' प्रस्तावित करेंगे?

› पहला 'set' है 'समकोण त्रिभुज', और दूसरा है 'समद्विबाहु त्रिभुज'।

› अब सोचना है कि ये दोनों किस बड़े 'set' का हिस्सा हैं। 'Right-angled triangles' और 'Isosceles triangles' दोनों ही एक तरह के 'triangles' हैं।

› तो, सबसे बड़ा 'set' जिसमें ये दोनों तरह के 'triangles' शामिल हो सकें, वह 'किसी समतल में स्थित सभी त्रिभुजों का समुच्चय' (Set of all Triangles in a plane) होगा।

› इसलिए, 'The set of all triangles in a plane' इन दोनों समुच्चयों के लिए एक 'Universal Set' होगा।

उत्तर – किसी समतल में स्थित सभी त्रिभुजों का समुच्चय।

उदाहरण 9. मान लीजिए कि U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} एक सार्वत्रिक समुच्चय है, और A = {2, 4, 6, 8} इसका एक उपसमुच्चय है। इसे वेन आरेख में दर्शाइए।

› सबसे पहले, एक बड़ा आयत बनाइए। यह हमारा 'Universal Set' U है।

› अब, इस आयत के अंदर एक गोला बनाइए। यह हमारा 'subset' A है।

› समुच्चय A के अवयवों {2, 4, 6, 8} को गोले के अंदर लिखिए।

› बाकी बचे हुए 'Universal Set' के अवयव {1, 3, 5, 7, 9, 10} जो A में नहीं हैं, उन्हें गोले के बाहर, लेकिन आयत के अंदर लिखिए।

उत्तर – आपने एक आयत बनाया होगा जिसमें U लिखा होगा, उसके अंदर एक गोला A होगा जिसमें 2, 4, 6, 8 होंगे, और आयत के अंदर गोले के बाहर 1, 3, 5, 7, 9, 10 लिखे होंगे।

उदाहरण 10. मान लीजिए आपके पास दो समुच्चय हैं: P = {a, b, c, d} और Q = {c, d, e, f}। P Q ज्ञात कीजिए।

› पहले समुच्चय P के सभी अवयवों को लिखें: {a, b, c, d}

› अब समुच्चय Q के अवयवों को जोड़ें, लेकिन जो अवयव पहले ही लिखे जा चुके हैं (यानी जो P और Q दोनों में हैं) उन्हें दोबारा न लिखें। 'c' और 'd' P में पहले से हैं, तो उन्हें छोड़ दें। 'e' और 'f' नए हैं, उन्हें जोड़ दें।

› तो P Q = {a, b, c, d, e, f}

उत्तर – P Q = {a, b, c, d, e, f}

उदाहरण 11. मान लीजिए आपके पास दो समुच्चय हैं: P = {mango, apple, banana, grape} और Q = {apple, orange, grape, kiwi}. P Q ज्ञात कीजिए।

› सबसे पहले, हम देखेंगे कि कौन से 'elements' समुच्चय P में हैं। वे हैं mango, apple, banana, grape।

› फिर, हम देखेंगे कि कौन से 'elements' समुच्चय Q में हैं। वे हैं apple, orange, grape, kiwi।

› अब, हम उन 'elements' को पहचानेंगे जो P और Q दोनों में 'common' हैं। 'apple' P में भी है और Q में भी है। 'grape' P में भी है और Q में भी है।

› तो, P और Q का सर्वनिष्ठ (intersection) वह समुच्चय होगा जिसमें केवल 'apple' और 'grape' होंगे।

उत्तर – P Q = {apple, grape}

उदाहरण 12. मान लीजिए कि 'Set P' = {सेब, केला, संतरा, अंगूर} और 'Set Q' = {केला, अंगूर, अमरूद, आम}। तो 'P - Q' और 'Q - P' ज्ञात कीजिए।

› पहले 'P - Q' निकालते हैं। हम 'Set P' के उन 'elements' को देखेंगे जो 'Set Q' में नहीं हैं।
› P में 'सेब' है, क्या Q में है? नहीं। तो 'सेब' 'P - Q' में आएगा।
› P में 'केला' है, क्या Q में है? हाँ। तो 'केला' 'P - Q' में नहीं आएगा।
› P में 'संतरा' है, क्या Q में है? नहीं। तो 'संतरा' 'P - Q' में आएगा।
› P में 'अंगूर' है, क्या Q में है? हाँ। तो 'अंगूर' 'P - Q' में नहीं आएगा।
› तो, 'P - Q' = {सेब, संतरा}।
› अब 'Q - P' निकालते हैं। हम 'Set Q' के उन 'elements' को देखेंगे जो 'Set P' में नहीं हैं।
› Q में 'केला' है, क्या P में है? हाँ। तो 'केला' 'Q - P' में नहीं आएगा।
› Q में 'अंगूर' है, क्या P में है? हाँ। तो 'अंगूर' 'Q - P' में नहीं आएगा।
› Q में 'अमरूद' है, क्या P में है? नहीं। तो 'अमरूद' 'Q - P' में आएगा।
› Q में 'आम' है, क्या P में है? नहीं। तो 'आम' 'Q - P' में आएगा।
› तो, 'Q - P' = {अमरूद, आम}।

उत्तर – P - Q = {सेब, संतरा}, Q - P = {अमरूद, आम}

उदाहरण 13. यदि U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}, A = {1, 3, 5, 7} और B = {2, 3, 4, 5, 6} हो, तो (A B)' और A' B' ज्ञात कीजिए और सत्यापित कीजिए कि (A B)' = A' B'।

› पहले 'A union B' (A B) निकालेंगे: A B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}।
› अब (A B)' निकालेंगे: U में से A B के 'elements' हटा देंगे। (A B)' = U - (A B) = {8, 9}।
› अब A' निकालेंगे: U में से A के 'elements' हटाएंगे। A' = U - A = {2, 4, 6, 8, 9}।
› अब B' निकालेंगे: U में से B के 'elements' हटाएंगे। B' = U - B = {1, 7, 8, 9}।
› अब A' B' निकालेंगे: A' और B' में 'common elements' देखेंगे। A' B' = {8, 9}।
› देखिए, (A B)' = {8, 9} और A' B' = {8, 9}। तो, (A B)' = A' B' सत्यापित हुआ।

उत्तर – (A B)' = {8, 9} और A' B' = {8, 9}. दोनों बराबर हैं।

बोर्ड परीक्षा के लिए ख़ास

• समुच्चय की परिभाषा और 'सुपरिभाषित' शब्द का मतलब समझना बहुत ज़रूरी है, क्योंकि इसी पर आधारित 'कौन सा संग्रह समुच्चय है और कौन सा नहीं' वाले प्रश्न अक्सर आते हैं।

• बोर्ड परीक्षाओं में रोस्टर रूप को समुच्चय निर्माण रूप में बदलने और समुच्चय निर्माण रूप को रोस्टर रूप में बदलने वाले प्रश्न अक्सर आते हैं, इसलिए दोनों रूपों की अच्छी तरह से अभ्यास करें।

• रिक्त समुच्चय के उदाहरण अक्सर छोटे सवालों में आते हैं। ध्यान से पहचानना कि क्या वाकई कोई अवयव मौजूद नहीं है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में अक्सर 'सही/गलत' या 'समुच्चय पहचानो' वाले प्रश्नों में पूछी जाती है। ध्यान से पढ़ना कि 'अवयवों की संख्या निश्चित' है या नहीं।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं में 'समान समुच्चयों के युग्म छाँटिए' या 'क्या निम्नलिखित समुच्चय समान हैं?' जैसे प्रश्नों के रूप में आती है, जहाँ आपको 'reason' भी देना होता है।

• उपसमुच्चय और अवयव के प्रतीक (और) के बीच के अंतर पर आधारित प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं। इन्हें ध्यान से समझना और उदाहरणों के साथ अभ्यास करना महत्वपूर्ण है।

• अंतराल वाले प्रश्नों में ब्रैकेट का सही उपयोग बहुत महत्वपूर्ण है - '(' या ')' का अर्थ है बिंदु शामिल नहीं, और '[' या ']' का अर्थ है बिंदु शामिल है। इस पर विशेष ध्यान दें!

• बोर्ड परीक्षा में, 'Universal Set' की परिभाषा और उसके उदाहरण अक्सर पूछे जाते हैं। यह भी ध्यान रखना कि 'Universal Set' हमेशा संदर्भ पर निर्भर करता है, यह निश्चित नहीं होता।

• वेन आरेख से जुड़े प्रश्न अक्सर 3-5 अंकों के आते हैं, जहाँ आपको दिए गए 'sets' के लिए आरेख बनाना होता है या आरेख देखकर 'sets' की जानकारी बतानी होती है। इन पर अच्छी पकड़ बना लो!

• यह टॉपिक बोर्ड परीक्षा के लिए बहुत ज़रूरी है क्योंकि 'Union' और 'Intersection' पर आधारित सीधे प्रश्न और गुणधर्मों पर सवाल आते हैं। 'Venn Diagrams' के साथ इसे समझना और भी आसान हो जाता है।

• यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। 'A - B' और 'B - A' के अंतर को हमेशा स्पष्ट रूप से समझना और हल करना। वेन आरेख बनाकर समझने की कोशिश करो, इससे गलतियाँ कम होंगी।

• डी मॉर्गन के नियमों पर आधारित प्रश्न बोर्ड परीक्षा में अक्सर आते हैं, खासकर उन्हें सत्यापित करने वाले। वेन आरेख बनाकर इन्हें समझना बहुत आसान होता है।

एक नज़र में रिवीज़न

› समुच्चय = वस्तुओं का सुपरिभाषित संग्रह; (अवयव है); (अवयव नहीं है)

› रोस्टर = {अवयव सूचीबद्ध}; समुच्चय निर्माण = {x : x का गुणधर्म}

› रिक्त समुच्चय: वह समुच्चय जिसमें कोई अवयव न हो (या {})

› परिमित: अवयव गिने जा सकते हैं; अपरिमित: अवयव अनगिनत।

› A=B यदि A के सभी अवयव B में और B के सभी अवयव A में हों।

› उपसमुच्चय: A B यदि A के सभी अवयव B में हैं। अधिसमुच्चय: B, A का।

› N Z Q R; T R; अंतरालों के प्रकार और संकेतन।

› सार्वत्रिक समुच्चय U: किसी संदर्भ में सभी अवयवों का आधारभूत समुच्चय।

› वेन आरेख: समुच्चयों के संबंधों का चित्रात्मक निरूपण (आयत-U, वृत्त-Subsets)।

› Union (): सभी अवयव एक साथ, उभयनिष्ठ एक बार।

› A - B = वो अवयव जो A में हों, पर B में न हों।

› A' = U - A; डी मॉर्गन के नियम याद रखें।