

त्रिभुज

इस अध्याय के सभी महत्वपूर्ण प्रश्न – उत्तर सहित। पहले खुद हल करने की कोशिश करो, फिर उत्तर मिलाओ।

अभ्यास प्रश्न-उत्तर (हर टॉपिक से)

» समरूप आकृतियों का परिचय

प्रश्न 1 (आसान). क्या दो वर्ग (squares) हमेशा समरूप होते हैं?

उत्तर – हाँ, हमेशा। क्योंकि सभी वर्गों का आकार एक जैसा होता है (चार बराबर भुजाएँ और चार 90° डिग्री के कोण), सिर्फ उनकी भुजाओं की लंबाई अलग हो सकती है।

प्रश्न 2 (आसान). क्या एक वृत्त और एक त्रिभुज समरूप हो सकते हैं?

उत्तर – नहीं, कभी नहीं। क्योंकि उनका आकार ही अलग है।

प्रश्न 3 (मध्यम). एक फोटो को छोटा करके प्रिंट किया गया। क्या मूल फोटो और प्रिंट की गई फोटो समरूप हैं?

उत्तर – हाँ, वे समरूप हैं क्योंकि उनका आकार एक जैसा है, बस माप बदल गई है।

» बहुभुजों की समरूपता के लिए शर्तें

प्रश्न 4 (आसान). क्या एक वर्ग और एक आयत हमेशा समरूप होते हैं? क्यों?

उत्तर – नहीं, क्योंकि उनके कोण तो बराबर होते हैं (सभी 90°), लेकिन संगत भुजाएँ हमेशा समानुपाती नहीं होतीं।

प्रश्न 5 (आसान). क्या सभी समबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं?

उत्तर – हाँ, सभी समबाहु त्रिभुज समरूप होते हैं क्योंकि उनके सभी कोण 60° के होते हैं और भुजाएँ हमेशा समानुपाती होती हैं।

प्रश्न 6 (मध्यम). अगर दो बहुभुज समरूप हैं और एक की भुजाएँ 3, 4, 5 cm हैं, तो दूसरे बहुभुज की संगत भुजाएँ 6, 8, 10 cm होने पर उनके संगत कोणों का क्या संबंध होगा?

उत्तर – उनके संगत कोण बराबर होंगे, क्योंकि समरूप बहुभुजों के संगत कोण हमेशा बराबर होते हैं।

प्रश्न 7 (कठिन). दो चतुर्भुज P, Q, R, S और W, X, Y, Z समरूप हैं। यदि P का कोण 60° है, तो W का संगत कोण क्या होगा? और यदि $PQ/WX = 3/2$ है, तो QR/XY क्या होगा?

उत्तर – W का संगत कोण भी 60° होगा। QR/XY भी $3/2$ होगा, क्योंकि संगत भुजाएँ समानुपाती होती हैं।

» त्रिभुजों की समरूपता और समानकोणिक त्रिभुज

प्रश्न 8 (आसान). क्या दो सर्वांगसम त्रिभुज हमेशा समरूप होते हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि सर्वांगसम त्रिभुजों के संगत कोण और भुजाएँ दोनों ही बराबर होते हैं, तो वे समरूप भी होंगे।

प्रश्न 9 (आसान). एक त्रिभुज के कोण 30° , 60° और 90° हैं। दूसरे त्रिभुज के कोण 30° , 60° और 90° हैं। क्या ये त्रिभुज समानकोणिक हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि इनके संगत कोण बराबर हैं।

प्रश्न 10 (मध्यम). यदि दो त्रिभुज समरूप हैं, तो क्या उनके क्षेत्रफल हमेशा बराबर होंगे?

उत्तर – नहीं, समरूप त्रिभुजों के क्षेत्रफल बराबर नहीं होते, बल्कि उनका अनुपात संगत भुजाओं के वर्गों के अनुपात के बराबर होता है।

प्रश्न 11 (कठिन). दो त्रिभुज ABC और XYZ में, $AB/XY = BC/YZ = CA/ZX = 2/1$ है। यदि $A = 70^\circ$ है, तो X कितना होगा? क्या ये त्रिभुज समरूप हैं?

उत्तर – $X = 70^\circ$ होगा। हाँ, ये त्रिभुज समरूप हैं क्योंकि इनकी संगत भुजाएँ समानुपाती हैं, जिसका अर्थ है कि इनके संगत कोण भी बराबर होंगे।

» आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थेल्स प्रमेय)

प्रश्न 12 (आसान). एक त्रिभुज PQR में, ST भुजा QR के समानांतर है। यदि $PS = 4$ cm, $SQ = 8$ cm और $PT = 3$ cm है, तो TR का मान क्या होगा?

उत्तर – $TR = 6$ cm

प्रश्न 13 (आसान). त्रिभुज XYZ में, AB भुजा YZ के समानांतर है। यदि $XA = 2$ cm, $AY = 4$ cm और $XB = 3$ cm है, तो BZ का मान ज्ञात करें।

उत्तर – $BZ = 6$ cm

प्रश्न 14 (मध्यम). एक त्रिभुज LMN में, PQ भुजा MN के समानांतर है। यदि $LP = 3$ cm, $PM = 5$ cm और $LN = 8$ cm है, तो LQ और QN का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $LQ = 3$ cm, $QN = 5$ cm

प्रश्न 15 (कठिन). त्रिभुज DEF में, XY भुजा EF के समानांतर है। यदि $DX = x$ cm, $XE = (x-2)$ cm, $DY = (x+2)$ cm और $YF = (x-1)$ cm है, तो x का मान ज्ञात कीजिए।

उत्तर – $x = 4$

» आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय का विलोम

प्रश्न 16 (आसान). त्रिभुज ABC में, D और E क्रमशः AB और AC पर बिंदु हैं। यदि $AD = 2$ cm, $DB = 4$ cm, $AE = 3$ cm, $EC = 6$ cm, तो क्या $DE \parallel BC$ है?

उत्तर – हाँ, क्योंकि $AD/DB = 2/4 = 1/2$ और $AE/EC = 3/6 = 1/2$. दोनों अनुपात बराबर हैं।

प्रश्न 17 (आसान). त्रिभुज XYZ में, P और Q क्रमशः XY और XZ पर बिंदु हैं। यदि $XP = 4$ cm, $PY = 6$ cm, $XQ = 5$ cm, $QZ = 7.5$ cm, तो क्या $PQ \parallel YZ$ है?

उत्तर – हाँ, क्योंकि $XP/PY = 4/6 = 2/3$ और $XQ/QZ = 5/7.5 = 50/75 = 2/3$. दोनों अनुपात बराबर हैं।

प्रश्न 18 (मध्यम). एक त्रिभुज LMN में, O और P क्रमशः LM और LN पर बिंदु हैं। यदि $LO = 3.5$ cm, $OM = 7$ cm, $LP = 2.5$ cm, $PN = 5$ cm, तो क्या $OP \parallel MN$ है?

उत्तर – हाँ, क्योंकि $LO/OM = 3.5/7 = 1/2$ और $LP/PN = 2.5/5 = 1/2$. दोनों अनुपात बराबर हैं।

प्रश्न 19 (कठिन). त्रिभुज RST में, U और V क्रमशः RS और RT पर बिंदु हैं। यदि $RS = 10$ cm, $SU = 4$ cm, $RT = 12$ cm, $RV = 4.8$ cm, तो क्या $UV \parallel ST$ है?

उत्तर – पहले $RU = RS - SU = 10 - 4 = 6$ cm. $RU/SU = 6/4 = 3/2$. फिर RV/VT निकालने के लिए $VT = RT - RV = 12 - 4.8 = 7.2$ cm. $RV/VT = 4.8/7.2 = 48/72 = 2/3$. क्योंकि $RU/SU \neq RV/VT$ है, इसलिए $UV \parallel ST$ नहीं है।

» AAA (कोण-कोण-कोण) समरूपता कसौटी

प्रश्न 20 (आसान). यदि XYZ में $X=40^\circ$, $Y=80^\circ$ और LMN में $L=40^\circ$, $M=80^\circ$ है, तो क्या XYZ और LMN समरूप हैं? क्यों?

उत्तर – हाँ, वे समरूप हैं क्योंकि उनके संगत कोण बराबर हैं (AAA कसौटी)।

प्रश्न 21 (आसान). एक त्रिभुज के कोण 55° , 45° और 80° हैं। दूसरे त्रिभुज के कोण 80° , 55° और 45° हैं। क्या ये त्रिभुज समरूप हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि तीनों संगत कोण बराबर हैं।

प्रश्न 22 (मध्यम). दो त्रिभुजों में, यदि पहले त्रिभुज के दो कोण दूसरे त्रिभुज के संगत दो कोणों के बराबर हों, तो क्या वे समरूप होंगे? अपना उत्तर समझाइए।

उत्तर – हाँ, वे समरूप होंगे। त्रिभुज के कोण योग गुणधर्म के अनुसार, यदि दो कोण बराबर हैं, तो तीसरा कोण भी अपने आप बराबर हो जाएगा। इसलिए, AAA कसौटी लागू होती है।

प्रश्न 23 (कठिन). एक समद्विबाहु त्रिभुज ABC में, शीर्ष कोण $A = 70^\circ$ है। एक दूसरा समद्विबाहु त्रिभुज PQR है जिसमें $P = 70^\circ$ है। क्या ये त्रिभुज समरूप हैं? यदि हाँ, तो सभी संगत कोणों का मान बताइए।

उत्तर – हाँ, ये त्रिभुज समरूप हैं। ABC में: $A=70^\circ$, $B=C=(180^\circ-70^\circ)/2 = 110^\circ/2 = 55^\circ$ । PQR में: $P=70^\circ$, $Q=R=(180^\circ-70^\circ)/2 = 55^\circ$ । सभी संगत कोण बराबर हैं (70° , 55° , 55°), इसलिए ये AAA कसौटी से समरूप हैं।

» AA (कोण-कोण) समरूपता कसौटी

प्रश्न 24 (आसान). अगर XYZ में $X = 70^\circ$, $Y = 50^\circ$ और PQR में $P = 70^\circ$, $Q = 50^\circ$ हो, तो क्या XYZ और PQR समरूप हैं? कौन सी कसौटी से?

उत्तर – हाँ, XYZ और PQR समरूप हैं, AA समरूपता कसौटी से।

प्रश्न 25 (आसान). एक त्रिभुज के कोण 30° और 80° हैं। दूसरे त्रिभुज के कोण 80° और 70° हैं। क्या ये त्रिभुज समरूप हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि पहले त्रिभुज का तीसरा कोण $180-(30+80) = 70^\circ$ है, तो दूसरे त्रिभुज में भी 80° और 70° कोण मौजूद हैं। अतः, AA कसौटी से समरूप हैं।

प्रश्न 26 (मध्यम). दो त्रिभुज हैं ABC और DEF। यदि $A = 65^\circ$, $B = 75^\circ$ और $D = 65^\circ$, $F = 40^\circ$ है। क्या ये समरूप हैं? कारण बताओ।

उत्तर – हाँ, ABC में $C = 180 - (65+75) = 40^\circ$ है। अब, ABC में $A = 65^\circ$, $C = 40^\circ$ और DEF में $D = 65^\circ$, $F = 40^\circ$ है। दो संगत कोण बराबर हैं, इसलिए ये AA समरूपता कसौटी से समरूप हैं।

प्रश्न 27 (कठिन). एक समलंब चतुर्भुज ABCD में $AB \parallel DC$ है। विकर्ण AC और BD बिंदु O पर प्रतिच्छेद करते हैं। सिद्ध करें कि $\angle AOB \sim \angle COD$ ।

उत्तर – क्योंकि $AB \parallel DC$ है, तो $\angle OAB = \angle OCD$ (एकांतर अंतःकोण) और $\angle OBA = \angle ODC$ (एकांतर अंतःकोण)। साथ ही, $\angle AOB = \angle COD$ (शीर्षाभिमुख कोण)। AA समरूपता कसौटी से, $\angle AOB \sim \angle COD$ ।

» SSS (भुजा-भुजा-भुजा) समरूपता कसौटी

प्रश्न 28 (आसान). यदि त्रिभुज XYZ की भुजाएँ 4, 6, 8 हैं और त्रिभुज RST की भुजाएँ 8, 12, 16 हैं, तो क्या ये समरूप हैं?

उत्तर – हाँ, क्योंकि सभी भुजाओं का अनुपात $1/2$ है।

प्रश्न 29 (आसान). अगर त्रिभुज DEF की भुजाएँ 5, 7, 9 हैं और त्रिभुज MNO की भुजाएँ 10, 14, 18 हैं, तो समरूपता कसौटी बताओ।

उत्तर – SSS समरूपता कसौटी।

प्रश्न 30 (मध्यम). एक त्रिभुज की भुजाएँ 3 cm, 4 cm, 5 cm हैं। दूसरे त्रिभुज की भुजाएँ x cm, 8 cm, 10 cm हैं। यदि वे समरूप हैं तो x का मान ज्ञात करो।

उत्तर – $x = 6$ cm (क्योंकि अनुपात $1/2$ होना चाहिए, $3/x = 4/8 = 5/10 = 1/2$)

प्रश्न 31 (कठिन). दो त्रिभुज ABC और PQR समरूप हैं। $AB/PQ = 3/4$ है। यदि $BC = 9$ cm है, तो QR की लंबाई ज्ञात करो।

उत्तर – $QR = 12$ cm (क्योंकि $9/QR = 3/4$, तो $QR = 9 \times 4/3 = 12$)

» SAS (भुजा-कोण-भुजा) समरूपता कसौटी

प्रश्न 32 (आसान). यदि त्रिभुज ABC में $AB=3$, $BC=4$, $B=60^\circ$ और त्रिभुज DEF में $DE=6$, $EF=8$, $E=60^\circ$ हो, तो क्या त्रिभुज ABC और DEF समरूप हैं? किस कसौटी से?

उत्तर – हाँ, समरूप हैं। SAS समरूपता कसौटी से।

प्रश्न 33 (आसान). दो त्रिभुज PQR और XYZ में, $PQ/XY = QR/YZ = 1/2$ है। यदि $Q = 70^\circ$ और $Y = 70^\circ$ हो, तो क्या ये समरूप होंगे?

उत्तर – हाँ, समरूप होंगे। SAS समरूपता कसौटी से।

प्रश्न 34 (मध्यम). त्रिभुज LMN में $LM=5$, $MN=7$, $LN=8$, $M=40^\circ$ । त्रिभुज XYZ में $XY=10$, $YZ=14$, $Y=40^\circ$ । क्या $LMN \sim XYZ$ है? क्यों?

उत्तर – हाँ, $LMN \sim XYZ$ है क्योंकि $LM/XY = 5/10 = 1/2$ और $MN/YZ = 7/14 = 1/2$ है। और इनके बीच का कोण $M = Y = 40^\circ$ है। यह SAS कसौटी है।

प्रश्न 35 (कठिन). एक त्रिभुज ABC में $AB=4$, $AC=6$ और $A=30^\circ$ है। एक अन्य त्रिभुज PQR में $PQ=8$, $PR=10$ और $P=30^\circ$ है। क्या ये त्रिभुज समरूप हैं? स्पष्ट करें।

उत्तर – नहीं, ये त्रिभुज समरूप नहीं हैं। क्योंकि $AB/PQ = 4/8 = 1/2$ है, लेकिन $AC/PR = 6/10 = 3/5$ है। भुजाओं का अनुपात बराबर नहीं है, भले ही बीच का कोण बराबर हो। SAS समरूपता के लिए दोनों शर्तें पूरी होनी चाहिए।

हल किए हुए उदाहरण (step-by-step)

उदाहरण 1. क्या एक ही ब्रांड की दो अलग-अलग साइज़ की टीवी स्क्रीन समरूप होती हैं? और क्या एक रुपये का सिक्का और एक दस रुपये का सिक्का समरूप होते हैं?

› पहला सवाल: दो टीवी स्क्रीन के आकार के बारे में सोचो। दोनों आयताकार होती हैं, और उनका 'पहलू अनुपात' (aspect ratio) आमतौर पर एक जैसा होता है, बस एक छोटी और एक बड़ी होती है।

› दूसरा सवाल: एक रुपये का सिक्का और दस रुपये का सिक्का, दोनों गोल होते हैं, यानी उनका आकार वृत्त जैसा है।

› अब समरूपता की परिभाषा याद करो: आकार समान, माप अलग हो सकती है।

उत्तर – हाँ, दोनों ही मामलों में आकृतियाँ समरूप होंगी। टीवी स्क्रीन का आकार (आयताकार) एक जैसा है, बस माप अलग है। सिक्के भी दोनों गोल (वृत्त) हैं, बस साइज़ अलग है।

उदाहरण 2. मान लीजिए आपके पास दो चतुर्भुज हैं, ABCD और PQRS। क्या ये दोनों समरूप हैं, यदि $A = 70^\circ$, $B = 80^\circ$, $C = 110^\circ$, $D = 100^\circ$ और $P = 70^\circ$, $Q = 80^\circ$, $R = 110^\circ$, $S = 100^\circ$ । साथ ही, भुजाएँ $AB = 4$ cm, $BC = 6$ cm, $CD = 8$ cm, $DA = 10$ cm और $PQ = 2$ cm, $QR = 3$ cm, $RS = 4$ cm, $SP = 5$ cm हैं।

› पहला चरण है संगत कोणों की जांच करना। हम देखते हैं कि $A = P = 70^\circ$, $B = Q = 80^\circ$, $C = R = 110^\circ$ और $D = S = 100^\circ$ । तो, पहली शर्त पूरी होती है – संगत कोण बराबर हैं।

› दूसरा चरण है संगत भुजाओं के अनुपात की जांच करना।

› $AB/PQ = 4/2 = 2$

› $BC/QR = 6/3 = 2$

› $CD/RS = 8/4 = 2$

› $DA/SP = 10/5 = 2$

› यहाँ सभी संगत भुजाओं का अनुपात 2 के बराबर है, यानी भुजाएँ समानुपाती हैं। दूसरी शर्त भी पूरी होती है।

› चूंकि दोनों शर्तें पूरी होती हैं, इसलिए दोनों चतुर्भुज समरूप हैं।

उत्तर – हाँ, चतुर्भुज ABCD और PQRS समरूप हैं।

उदाहरण 3. मान लीजिए दो त्रिभुज ABC और PQR दिए गए हैं। यदि $A = P = 60^\circ$, $B = Q = 80^\circ$, $C = R = 40^\circ$ हो, और भुजाएँ $AB = 3 \text{ cm}$, $BC = 4 \text{ cm}$, $AC = 5 \text{ cm}$ तथा $PQ = 6 \text{ cm}$, $QR = 8 \text{ cm}$, $PR = 10 \text{ cm}$ हों, तो क्या ये त्रिभुज समरूप हैं?

- › पहला चरण: संगत कोणों की जाँच करें। हमें दिया है $A = P$, $B = Q$, $C = R$ । तीनों संगत कोण बराबर हैं।
- › दूसरा चरण: संगत भुजाओं के अनुपात की जाँच करें। संगत भुजाएँ हैं (AB, PQ) , (BC, QR) और (AC, PR) ।
- › $AB/PQ = 3/6 = 1/2$
- › $BC/QR = 4/8 = 1/2$
- › $AC/PR = 5/10 = 1/2$
- › तीसरा चरण: निष्कर्ष निकालें। क्योंकि संगत कोण बराबर हैं और संगत भुजाओं का अनुपात भी समान $(1/2)$ है, इसलिए दोनों त्रिभुज समरूप हैं।

उत्तर – हाँ, त्रिभुज ABC और त्रिभुज PQR समरूप हैं।

उदाहरण 4. एक त्रिभुज ABC में, DE भुजा BC के समानांतर है। यदि $AD = 1.5 \text{ cm}$, $DB = 3 \text{ cm}$ और $AE = 1 \text{ cm}$ है, तो EC का मान ज्ञात कीजिए।

- › हमें दिया है कि त्रिभुज ABC में $DE \parallel BC$ है।
- › आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय (थैल्स प्रमेय) के अनुसार, $AD/DB = AE/EC$ होगा।
- › दिए गए मानों को सूत्र में रखने पर: $1.5 / 3 = 1 / EC$
- › इसे हल करने पर: $0.5 = 1 / EC$
- › अतः, $EC = 1 / 0.5 = 2 \text{ cm}$

उत्तर – $EC = 2 \text{ cm}$

उदाहरण 5. एक त्रिभुज PQR में, बिंदु E भुजा PQ पर और बिंदु F भुजा PR पर इस प्रकार हैं कि $PE = 3.9 \text{ cm}$, $EQ = 3 \text{ cm}$, $PF = 3.6 \text{ cm}$ और $FR = 2.4 \text{ cm}$ है। क्या $EF \parallel QR$ है?

- › पहले हम भुजा PQ के भागों का अनुपात निकालेंगे: $PE/EQ = 3.9/3$
- › अब इसे सरल करेंगे: $3.9/3 = 39/30 = 13/10 = 1.3$
- › फिर हम भुजा PR के भागों का अनुपात निकालेंगे: $PF/FR = 3.6/2.4$
- › इसे भी सरल करेंगे: $3.6/2.4 = 36/24 = 3/2 = 1.5$
- › अब हम दोनों अनुपातों की तुलना करेंगे। यहाँ $PE/EQ = 1.3$ है और $PF/FR = 1.5$ है।
- › चूँकि $PE/EQ \neq PF/FR$ है, इसलिए आधारभूत समानुपातिकता प्रमेय के विलोम के अनुसार, रेखा EF, भुजा QR के समानांतर नहीं है।

उत्तर – नहीं, EF भुजा QR के समानांतर नहीं है।

उदाहरण 6. दो त्रिभुज ABC और PQR दिए गए हैं। यदि $A = 70^\circ$, $B = 50^\circ$ और $P = 70^\circ$, $Q = 50^\circ$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $ABC \sim PQR$ ।

- › हमें ABC और PQR में दिया गया है कि $A = 70^\circ$ और $P = 70^\circ$ ।
- › तो हम कह सकते हैं कि $A = P$ । (यह पहला संगत कोण बराबर हुआ)
- › हमें यह भी दिया गया है कि $B = 50^\circ$ और $Q = 50^\circ$ ।
- › तो हम कह सकते हैं कि $B = Q$ । (यह दूसरा संगत कोण बराबर हुआ)
- › अब, हमें पता है कि त्रिभुज के तीनों कोणों का योग 180° होता है।
- › ABC में, $C = 180^\circ - (A + B) = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ।
- › PQR में, $R = 180^\circ - (P + Q) = 180^\circ - (70^\circ + 50^\circ) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ ।
- › तो, $C = R$ । (यह तीसरा संगत कोण बराबर हुआ)
- › चूँकि ABC और PQR के तीनों संगत कोण बराबर हैं ($A=P$, $B=Q$, $C=R$),
- › इसलिए AAA समरूपता कसौटी के अनुसार, $ABC \sim PQR$ ।

उत्तर – $ABC \sim PQR$ (सिद्ध हुआ)

उदाहरण 7. आकृति में, यदि $PQ \parallel RS$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $POQ \sim SOR$ है।

- › दिया है: $PQ \parallel RS$ (PQ , RS के समांतर हैं)।
- › क्योंकि $PQ \parallel RS$ है, इसलिए हम कह सकते हैं कि $P = S$ (ये एकांतर अंतःकोण हैं, याद है ना कक्षा 9 का?) और $Q = R$ (ये भी एकांतर अंतःकोण हैं)।
- › अब, POQ और SOR को देखो। इन दोनों त्रिभुजों में हमें दो कोण बराबर मिल गए हैं: $P = S$ और $Q = R$ ।
- › तो AA समरूपता कसौटी के अनुसार, यदि एक त्रिभुज के दो कोण दूसरे त्रिभुज के संगत दो कोणों के बराबर हों, तो वे दोनों त्रिभुज समरूप होते हैं।

उत्तर – इसलिए, $POQ \sim SOR$ (सिद्ध हुआ)।

उदाहरण 8. दो त्रिभुज ABC और PQR हैं। त्रिभुज ABC की भुजाएँ $AB = 2$ cm, $BC = 3$ cm, $CA = 2.5$ cm हैं। त्रिभुज PQR की भुजाएँ $PQ = 4$ cm, $QR = 6$ cm, $RP = 5$ cm हैं। क्या ये त्रिभुज समरूप हैं?

- › सबसे पहले हम संगत भुजाओं का अनुपात निकालेंगे।
- › $AB/PQ = 2/4 = 1/2$
- › $BC/QR = 3/6 = 1/2$
- › $CA/RP = 2.5/5 = 1/2$
- › यहाँ हम देखते हैं कि सभी संगत भुजाओं का अनुपात $1/2$ है, जो कि समान है।

उत्तर – चूँकि $AB/PQ = BC/QR = CA/RP = 1/2$ है, तो SSS समरूपता कसौटी के अनुसार, त्रिभुज ABC और त्रिभुज PQR समरूप हैं। ($ABC \sim PQR$)

उदाहरण 9. आकृति में, दो त्रिभुज DEF और PQR दिए गए हैं। यदि $DE = 4$ cm, $EF = 6$ cm, $E = 50^\circ$, $PQ = 6$ cm, $QR = 9$ cm और $Q = 50^\circ$ हो, तो सिद्ध कीजिए कि $DEF \sim PQR$ है।

- › पहले हम दोनों त्रिभुजों में दिए गए कोण देखते हैं। हमें दिया है $E = 50^\circ$ और $Q = 50^\circ$ । तो, पहला नियम पूरा हुआ: एक कोण बराबर है।
- › अब हम उन भुजाओं का अनुपात देखेंगे जो इन बराबर कोणों को बनाती हैं। E को बनाने वाली भुजाएँ हैं DE और EF । Q को बनाने वाली भुजाएँ हैं PQ और QR ।
- › भुजाओं का अनुपात निकालते हैं: $DE/PQ = 4/6 = 2/3$ ।
- › दूसरी भुजाओं का अनुपात: $EF/QR = 6/9 = 2/3$ ।
- › देखो, दोनों भुजाओं का अनुपात ($2/3$) बराबर है, और उनके बीच के कोण भी बराबर हैं।
- › तो, SAS समरूपता कसौटी के अनुसार, हम कह सकते हैं कि $DEF \sim PQR$ है।

उत्तर – $DEF \sim PQR$ (SAS समरूपता कसौटी से)

बोर्ड परीक्षा के लिए खास

- यह अवधारणा जैमिति (geometry) की नींव है। समरूपता की कसौटियों (criteria) पर आधारित प्रश्न अक्सर बोर्ड परीक्षाओं में आते हैं, इसलिए इसकी परिभाषा को अच्छे से समझना बहुत ज़रूरी है।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर इस पर आधारित सीधे सवाल या 'सही/गलत' वाले प्रश्न आते हैं। दोनों शर्तों को अच्छे से समझ कर याद कर लेना।
- यह अवधारणा बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। समरूपता की शर्तों को ठीक से समझ लें और 'समानकोणिक त्रिभुज' की परिभाषा भी याद रखें। इससे प्रमेय 6.1 और 6.2 को समझने में बहुत मदद मिलेगी, जो सीधे परीक्षा में पूछे जाते हैं।
- यह प्रमेय बोर्ड परीक्षाओं में सिद्ध करने के लिए अक्सर पूछा जाता है, और इस पर आधारित प्रश्न भी आते हैं। इसकी उपपत्ति (proof) को अच्छी तरह से समझ लेना।
- यह प्रमेय बोर्ड परीक्षाओं में सिद्ध करने के लिए अक्सर पूछा जाता है या इस पर आधारित सीधे प्रश्न आते हैं। इसका कथन (statement) अच्छे से याद कर लेना, और इसका उपयोग करके समानांतर रेखा सिद्ध करने वाले सवाल ध्यान से हल करना।

- यह प्रमेय बोर्ड परीक्षाओं के लिए बहुत महत्वपूर्ण है। अक्सर इसे सीधे प्रमेय के रूप में पूछ लिया जाता है, या इसका उपयोग करके किसी सवाल में त्रिभुजों की समरूपता सिद्ध करनी होती है।
- यह कसौटी बोर्ड परीक्षाओं में बहुत काम आती है, खासकर जब आपको दो त्रिभुजों को समरूप सिद्ध करना हो और सिर्फ कोणों की जानकारी दी गई हो। उदाहरण 7 की तरह के सवाल इसी कसौटी पर आधारित होते हैं, उन्हें ध्यान से करना।
- यह कसौटी बोर्ड परीक्षाओं में बहुत महत्वपूर्ण है, खासकर जब आपको भुजाओं की लंबाई दी गई हो और त्रिभुजों की समरूपता सिद्ध करनी हो। भुजाओं का सही अनुपात निकालना सबसे जरूरी है।
- यह कसौटी बोर्ड परीक्षाओं में बहुत महत्वपूर्ण है। इस पर आधारित सवाल सीधे भी आते हैं और बड़े सवालों का एक हिस्सा भी होते हैं, जहाँ आपको समरूपता साबित करनी होती है।

एक नज़र में रिवीज़न

- › समरूप: आकार समान, माप भिन्न हो सकती है। सर्वांगसम हमेशा समरूप होते हैं।
- › बहुभुज समरूप: संगत कोण बराबर, संगत भुजाएँ समानुपाती।
- › समरूप त्रिभुज: संगत कोण बराबर, संगत भुजाएँ समानुपाती। समानकोणिक: संगत कोण बराबर।
- › थेल्स प्रमेय: समानांतर रेखा, त्रिभुज की भुजाओं को समान अनुपात में बांटती है।
- › यदि रेखा दो भुजाओं को समान अनुपात में बांटे, तो वह तीसरी भुजा के समांतर।
- › AAA कसौटी: यदि संगत कोण बराबर हों, तो त्रिभुज समरूप।
- › दो संगत कोण बराबर हों, तो त्रिभुज AA समरूपता से समरूप।
- › SSS: संगत भुजाओं का अनुपात समान हो तो त्रिभुज समरूप।
- › SAS: बराबर कोण, उसे अंतर्गत करने वाली भुजाएँ समानुपाती।